2. Dělitelnost přirozených čísel

Číslo 4 756 můžeme rozložit 4 756 = 4 . 1 000 + 7 . 100 + 5 . 10 + 6
Obdobně : čtyřciferné číslo můžeme zapsat ve tvaru
a bcd = a . 1 000 + b . 100 + c . 10 + d
Obdobně můžeme rozložit obecně zapsaná víceciferná čísla.

2.1 Násobek a dělitel

Násobky čísla 4 0; 4 ; 8; 12; 16; 20; 24; …. obecně 4.x, kde x je libovolné přirozené číslo
Násobky čísla 5 0; 5; 10; 15; 20; 25; 30; … obecně 5.x, kde x je libovolné přirozené číslo

Násobkem čísla a jsou čísla, která vzniknou jako součin čísla a s přirozenými čísly.
Číslo b je dělitelem libovolného čísla, jestliže tuto číslo vydělíme číslem b beze zbytku.

Číslo 4 je dělitelem čísel : 0; 4 ; 8; 12; 16; 20; 24; ….
Číslo 5 je dělitelem čísel : 0; 5; 10; 15; 20; 25; 30; …

Příklad 1 : Určete násobky čísla 71, pro která platí, že jsou větší než 240 a menší než 480.

Příklad 2 : Určete číslo, jehož devítinásobek zmenšený o jeho šestinásobek je roven číslu 24.

Příklad 3 : Místo hvězdičky doplňte : je dělitelné, není dělitelné, je násobek, není násobek :

a) 40 * 4	d) 4 * 2	g) 0 * 5
b) 52 * 5	e) 7 * 91	h) 5 * 0
c) 50 * 5	f) 5 * 5	i) 36 * 6

2.2 Znaky dělitelnosti

2.2.1. Dělitelnost dvěmi

Číslo je dělitelné dvěmi, jestliže na řádu jednotek je číslice, 0, 2, 4, 6, 8.

Obecně: a bc0 a bc2 a bc4 a bc6 a bc8

Čísla dělitelná dvěma : 8 ; 12 ; 526 ; 25 482 ; 125 990
Čísla nejsou dělitelná dvěma : 7 ; 23 ; 789 ; 569 789 ; 2 000 333

2.2.2.Dělitelnost třemi

Číslo je dělitelné třemi, jestliže jeho ciferný součet je dělitelný třemi.

Ciferný součet čísla 4 567 je 4 + 5 + 6 + 7 = 22
Ciferný součet čísla a bcd je a + b c + d

Důkaz : a bcd = a . 1000 + b . 100 + c . 10 + d =
= 3 . 333 . a + a + 3 . 33 . b + b + 3 . 3 . c + c + d =
= (3 . 333 . a + 3 . 33 . b + 3 . 3 . c) + (a + b + c + d)
Při důkazu jsme použili těchto znalostí :
- součin je dělitelný třemi, jestliže číslo rozložíme na součin prvočísel a jeden z činitelů (prvočíslo) je číslo 3.
- součet je dělitelný třemi, jestliže všichni sčítanci jsou dělitelné číslem tři.

Nebo-li výraz v první závorce je dělitelný třemi a proto aby součet byl dělitelný třemi, musí být výraz v druhé závorce dělitelný třemi. Jinými slovy :
ciferný součet musí být dělitelný třemi

Čísla jsou dělitelná třemi : 6 ; 15 ; 456 ; 111 111 ; 3 000 144
Čísla nejsou dělitelná třemi : 8 ; 25 ; 365 ; 444 445 ; 1 000 000

2.2.3. Dělitelnost čtyřmi

Číslo je dělitelné čtyřmi, jestliže poslední dvojčíslí je dělitelné čtyřmi.

Důkaz : a bcd = a . 1000 + b . 100 + cd = (4 . 250 . a + 4 . 25 . b) + cd

Čísla jsou dělitelná čtyřmi : 8 ; 16 ; 52 ; 780 ; 5 472 ; 234 564
Čísla nejsou dělitelná čtyřmi : 9 ; 31 ; 451 ; 565 ; 7 493 ; 1 000 001

2.2.4. Dělitelnost pěti

Číslo je dělitelné pěti, jestliže na řádu jednotek je číslice 0 nebo 5.

Čísla jsou dělitelná pěti : 5 ; 25 ; 50 ; 555 ; 2 330 ; 60 000
Čísla nejsou dělitelná pěti : 7 ; 12 ; 356 ; 869 ; 2 000 458

2.2.5. Dělitelnost šesti

Číslo je dělitelné šesti, jestliže je číslo dělitelné dvěmi a současně třemi.

Čísla jsou dělitelná šesti : 6 ; 24 ; 600 ; 4 698 ; 5 000 028
Čísla nejsou dělitelná šesti : 5 ; 53 ; 501 ; 800 ; 6 002 ; 1 000 000

2.2.6. Dělitelnost devíti

Číslo je dělitelný devíti, jestliže jeho ciferný součet je dělitelný devíti.

Důkaz : a bcd = a . 1000 + b . 100 + c . 10 + d =
= 999 . a + a + 99 . b + b + 9 . c + c + d =
= (999 . a + 99 . b + 9 . c) + (a + b + c + d)

Čísla jsou dělitelná devíti : 9; 54; 126; 900; 5 423 103
Čísla nejsou dělitelná devíti : 7; 16; 285; 563 001; 1 000 000

2.2.7. Dělitelnost desíti

Číslo je dělitelné deseti, jestliže na řádu jednotek je číslice 0.

Čísla jsou dělitelná deseti : 10; 80; 200; 1 000; 5 000 000
Čísla nejsou dělitelná deseti : 5; 27; 39; 405; 5 001; 1 000 006

2.2.8. Dělitelnost jedenácti

Číslo je dělitelné jedenácti, jestliže od součtu číslic na lichých místech odečteme součet číslic na sudých místech a vzniklé číslo je „0“ nebo dělitelné 11.
Místa číslujeme od řádu jednotek k vyšším řádům.

Číslo35 752 464 je dělitelná jedenácti, protože
(4 + 4 + 5 + 5) – (6 + 2 + 7 + 3) = 18 – 18 = 0
Číslo 213 není dělitelné jedenácti, protože (3 + 2) - 1 = 5 – 1 = 4 a to není dělitelné jedenácti.

2.2.9. Dělitelnost dvaceti pěti

Číslo je dělitelné dvaceti pěti, jestliže jeho poslední dvojčíslí je : 00; 25; 50; 75
Čísla jsou dělitelná dvaceti pěti : 25; 100; 5 050; 1 000 075
Čísla nejsou dělitelná dvaceti pěti : 8; 47; 513; 8 000 023

Příklad : Určete všechny dělitele čísla 200

Řešení:

Řešení:	200	1
	2	100
	4	50
	5	40
	8	25
	10	20

Komentář : při tomto způsobu zápisu
- v levém sloupci zvyšujeme velikost čísla, které vyhovuje
- v levém sloupci hledáme další čísla do té doby než se dostaneme k poslednímu číslu v pravém sloupci
- součin čísel na řádku musí být roven hledanému číslu

Příklad 4 : Dokažte, že každé libovolné přirozené číslo, které má v řádu jednotek číslici 0, je dělitelné deseti.

Příklad 5 : Určete všechny dělitele čísel :

a) 20	e) 234	i) 555	m) 1 000
b) 45	f) 800	j) 23	
c) 99	g) 873	k) 53	
d) 400	h) 425	l) 301	

Příklad 6 : Nahraďte * tak, aby čísla byla dělitelní dvojkou :

a) 4*4	c) 4*	e) *45	g) 5*
b) 96*	d) *46	f) 1 00*	

Příklad 7 : Nahraďte * tak, aby čísla byla dělitelná třemi :

a) 4*4	c) 4*	e) *45	g) 5*
b) 96*	d) *46	f) 1 00*	

Příklad 8 : Nahraďte * tak, aby čísla byla dělitelná čtyřmi :

a) 4*4	c) 4*	e) *45	g) 5*
b) 96*	d) *46	f) 1 00*	h) *60

Příklad 9 : Nahraďte * tak, aby čísla byla dělitelná pěti :

a) 4*4	c) 4*	e) *45	g) 5*
b) 96*	d) *46	f) 1 00*	

Příklad 10 : Nahraďte * tak, aby čísla byla dělitelná šesti :

a) 4*4	c) 4*	e) *45	g) 5*
b) 96*	d) *46	f) 1 00*	

Příklad 11 : Nahraďte * tak, aby čísla byla dělitelná devíti :

a) 4*4	c) 4*	e) *45	g) 5*
b) 96*	d) *46	f) 1 00*	

Příklad 12 : Nahraďte * tak, aby čísla byla dělitelná desíti :

a) 4*4	c) 4*	e) *45	g) 5*
b) 96*	d) *46	f) 1 00*	

Příklad 13 : Nahraďte * tak, aby čísla byla dělitelná jedenácti :

a) 4*4	c) 4*	e) *45	g) 5*
b) 96*	d) *46	f) 1 00*	

Příklad 14 : Nahraďte * tak, aby čísla byla dělitelná dvaceti pěti :

a) 4*4	c) 4*	e) *45	g) 5*
b) 96*	d) *46	f) 1 00*	

Příklad 15 : Nahraďte * tak, aby číslo 25* bylo dělitelné :
a) třemi a současně čtyřmi
b) třemi a současně pěti
c) dvěmi a současně pěti

Příklad 16 : Nahraďte * tak, aby číslo 26* bylo dělitelné :
a) současně dvěmi, čtyřmi a pěti
b) současně dvěmi, třemi a devíti

Příklad 17 : Číslo tvaru 4 7xy je dělitelné 15. Nahraďte písmena x a y různými číslice, pro které platí daná dělitelnost.

Příklad 18 : Číslo tvaru x 852 je dělitelné šesti. Nahraďte písmeno x číslicí, pro které platí daná dělitelnost.

Příklad 19 : Nahraďte písmena *x* a *y* číslicemi tak, aby číslo xyyx bylo dělitelné $x \neq y$:
a) dvěmi
b) dvěmi a třemi
c) třemi a čtyřmi
d) třemi a pěti

2.2.10 Číslo sudé a liché

Sudé číslo je takové číslo, které je dělitelné číslem dvě.
Obecně ho zapíšeme : $2 \,.\, x$, kde x je libovolné přirozené číslo

Liché číslo je takové číslo, které není dělitelné číslem dvě.
Obecně ho zapíšeme : $2 \,.\, x + 1$ nebo $2 \,.\, x - 1$

Příklad 20 : Z uvedených čísel určete lichá čísla : 8 ; 52 ; 450 ; 841 ; 933 ; 999.

Příklad 21 : Dokažte :
a) součin dvou sudých čísel je číslo sudé;
b) součinem dvou sudých čísel je číslo dělitelné čtyřmi;
c) součet dvou sudých čísel je číslo sudé;
d) součet sudého a lichého čísla je číslo liché;
e) součtem dvou lichých čísel je číslo sudé.

2.3 Prvočísla a čísla složená, rozklad čísla na prvočinitele

2.3.1. Prvočíslo a číslo složené

Prvočíslo je číslo, které má právě dva různé dělitele.
Každé prvočíslo je dělitelné jedničkou a sebou samým. Tyto dělitele nazýváme **přirozenými děliteli .**

Příklad : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; …. ; 983 ; ……

Složené číslo je takové číslo, které je dělitelné alespoň třemi různými děliteli.

Příklad : 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 ; …..

Číslo 1 nezařazujeme mezi prvočísla ani mezi čísla složená.

Každé sudé číslo je číslo je číslo složené (kromě čísla 2).
Liché číslo může být prvočíslo nebo číslo složené.
Každé prvočíslo je liché číslo.

2.3.2. Rozklad čísla na součin prvočinitelů

Rozložit číslo na prvočinitele znamená rozložit číslo na součin samých prvočísel.

Příklad : Rozložte na prvočinitele číslo : a) 20 b) 31 c) 600
Řešení : a) 20 = 4 . 5 = 2 . 2 . 5
b) 31 = nejde, protože číslo 31 je prvočíslo
c) 60 = 6 . 10 = 2 . 3 . 2 . 5

Příklad 22 : Rozložte na prvočinitele čísla :

a) 56	e) 87	i) 8520	m) 780
b) 89	f) 250	j) 400	n) 756
c) 100	g) 900	k) 830	o) 837
d) 425	h) 1000	l) 315	

Příklad 23 : Součet tří po sobě jdoucích prvočísel je : a) 15 b) 49 c) 97
Určete tato prvočísla.

Příklad 24 : Určete všechna prvočísla : a) větší než 100 a menší než 110
b) větší než 980 a menší než 990.

Příklad 25 : Určete všechna dvojciferná prvočísla, pro která platí, že když zaměníme pořadí číslic v čísle, tak dostaneme opět prvočíslo.

Příklad 26 : Jaká obecně platná zásada platí u příkladu číslo 25 ?

Příklad 27 : Jestliže :
a) sečteme dvě čísla sudá, pak dostaneme vždy …
b) sečteme dvě čísla lichá, pak dostaneme vždy …
c) sečteme číslo sudé a liché, pak dostaneme vždy ..
d) odečteme dvě čísla sudá, pak dostaneme vždy …
e) odečteme dvě čísla lichá, pak dostaneme vždy…

f) odečteme číslo liché a sude, pak dostaneme vždy …
g) vynásobíme dvě sudá čísla, pak dostaneme vždy ..
h) vynásobíme dvě lichá čísla, tak dostaneme vždy ..
i) vynásobíme sudé a liché číslo, tak dostaneme vždy ..
j) sečteme sudý počet sudých sčítanců, tak dostaneme vždy …
k) sečteme lichý počet sudých čísel, tak dostaneme vždy …
l) sečteme sudý počet lichých čísel, tak dostaneme vždy….
m) sečteme lichý počet lichých čísel, tak dostaneme vždy ….

2.4 Společný násobek, nejmenší společný násobek

2.4.1. Výpočet nejmenšího společného násobku

Příklad : Určete u čísel 5 a 10 : a) tři nejmenší společné násobky
b) nejmenší společný násobek
Řešení : násobky čísla 5 : 5; **10**; 15; **20**; 25; **30**; 35; **40**; 45; **50**; 55; **60**; ..
násobky čísla 10 : **10**; **20**; **30**; **40**; **50**; **60;** ……
společné násobky čísel 5 a 10 : 10; 20; 30; ……
nejmenší společný násobek 5 a 10 : 10

Tento způsob nebudeme používat, protože u větších čísel je velmi pracný.

Příklad : Určete nejmenší společný násobek čísel 12 a 54

Řešení : 1. rozložíme obě čísla na součin prvočísel
12 = 2 . 6 = 2 . 2 . 3
12 = 2 . 2 . 3 - dvojka se vyskytuje v rozkladu **2x** a trojka **1x**
54 = 2 . 27 = 2 . 3 . 9 = 2 . 3 . 3 . 3
54 = 2 . 3 . 3 . 3 - dvojka se vyskytuje v rozkladu **1x** a trojka **3x**
2. vzájemně vynásobíme prvočísla, která se vyskytují alespoň v jednom z rozkladů; vždy v jejich **největším počtu**

2 . 2 . 3 . 3 . 3 = 108 n (12;54) = **108**

Příklad : Určete nejmenší společný násobek čísel 56, 24, 112, 18
56 = 2 . 28 = 2 . 2 . 14 = 2 . 2 . 2 . **7**
24 = 2 . 12 = 2 . 2 . 2 . **3**
112 = 2 . 56 = 2 . 2 . 28 = 2 . 2 . 2 .14 = **2 . 2 . 2 . 2 . 7**
18 = 2 . 9 = 2 . **3 . 3**
n (56;24;112;18) = **2 . 2 . 2 . 2 . 3 . 3 . 7 = 1008**

Příklad 28 : Určete nejmenší společný násobek čísel :

a) 5; 25	f) 3, 5, 7	k) 60;84	p) 12; 84
b) 8; 20	g) 125; 200	l) 72; 120	q) 18; 630
c) 20; 25	h) 30; 40	m) 40; 50; 60; 120	r) 45; 750
d) 80; 85	i) 680; 850	n) 20; 125	
e) 14; 21; 28	j) 35; 55	o) 680; 850	

2.4.2. Slovní úlohy

Příklad 29: Žáků je na hřišti asi 50. Při cvičení mohou žáci nastoupit do dvojstupů, trojstupů, čtyřstupů, šestistupů a osmistupů. Nikdy nikdo nepřebývá ani neschází. Kolik je žáků?

Příklad 30: Ze startovní čáry vystartovali současně dva bruslaři. První, jedoucí po vnitřní dráze absolvuje celý ovál vždy za 75 sekund, druhý, jedoucí po vnější dráze, za 90 sekund. Určete nejkratší možnou dobu, za kterou projedou oba současně prostorem startu.

Příklad 31 : Petr uběhne jedno kolo na závodní dráze za 6 minut a Frantík za 10 minut. Společně vyběhnou na závodní trať. Za kolik minut se potkají na startu poprvé ?

Příklad 32 : Každých 15 minut odjíždí autobus A ze zastávky na svoji trať. Ze stejného místa jezdí linka B každých 20 minut. Poprvé ráno vyjedou společně v 5.00 hodin. V kolik hodin vyjedou ze zastávky společně autobusy na linku A a B podruhé ? V kolik hodin vyjedou ze zastávky společně autobusy na linku A a B potřetí ? V kolik hodin vyjedou ze zastávky společně autobusy na linku A a B počtvrté ? Po kolikáté vyjedou společně v 14.00 hodin ?

Příklad 33 : Z krabic tvaru kvádru o rozměrech 5cm, 10 cm a 12 cm je postavena nejmenší krychle.
a) Kolik měří podstavná hrana nejmenší krychle, kterou lze z těchto krabic postavit?
b) Kolik těchto krabic budeme potřebovat ?
c) Kolik těchto krabic budeme potřebovat, jestliže podstavná hrana krychle bude trojnásobně veliká ?

Příklad 34 : Určete nejmenší celé číslo, které při dělení třemi nebo pěti nebo sedmi má vždy zbytek dvě.

2.5 Společný dělitel, největší společný dělitel

2.5.1 Výpočet největšího společného dělitele

Příklad : Vypočtěte : a) společné dělitele čísel 240 a 300
b) největšího společného dělitele čísel 240 a 300.

Řešení : dělitelé

240		300	
1	240	1	300
2	120	2	150
3	80	3	100
4	60	4	75
5	48	5	60
6	40	6	50
8	30	10	30
10	24	12	25
12	20	15	20
15	16		

Společným dělitele čísel 240 a 300 jsou čísla : 1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60
Největším společným dělitelem čísel 240 a 300 je číslo 60.

Tento postup nebudeme používat pro svoji pracnost.

Příklad : Určete největší společný dělitel čísel 12 a 20.
Řešení :

dělitelé čísla 12 : **1**, **2**, 3, **4**, 6, 12
dělitelé čísla 20 : **1**, **2**, **4**, 5, 10, 20

společní dělitelé čísel 12 a 20 : 1, 2, **4**,

největší společný dělitel

Zapisujeme: D(12;20) = **4**

Číslo čtyři je **největším** z čísel, kterým je současně **dělitelné 12 i 20**

Určení největšího společného dělitele pomocí rozkladu čísel na součin prvočísel

Příklad :
Určete největšího společného dělitele čísel 24 a 40
1. rozložíme obě čísla na součin prvočísel
24 = 2 .12 = 2 . 2 . 6 = 2 . 2 . 2 . 3
24 = 2 . 2 . 2 . 3

40 = 2 . 20 = 2 . 2 .10 = 2 . 2 . 2 . 5
40 = 2 . 2 . 2 . 5
2. Čísla, která se vyskytují v **obou** rozkladech **v jednom** z těchto rozkladů **podtrhneme** (nebo jinak zvýrazníme).
Součin těchto podtržených čísel **je největším společným dělitelem obou čísel.**

D(24;40) = 2 . 2 . 2 = **8**

Příklad : Určete největšího společného dělitel čísel 48, 72 a 120

48 = 2 . 24 = 2 . 2 . 12 = 2 . 2 . 2 . 6 = 2 . 2 . 2 . 2 . 3
48 = 2 . 2 . 2 . 2 . 3

72 = 2 . 36 = 2 . 2 . 18 = 2 . 2 . 2 . 9 = 2 . 2 . 2 . 3 . 3
72 = 2 . 2 . 2 . 3 . 3

120 = 2 . 60 = 2 . 2 . 30 = 2 . 2 . 2 . 15 = 2 . 2 . 2 . 3 . 5
120 = 2 . 2 . 2 . 3 . 5

D(48;72;120) = 2 . 2 . 2 . 3 = **24**

Příklad 35 : Vypočtěte společné dělitele čísel :

a) 25 ; 40	f) 300 ; 400	k) 14; 21; 28	p) 90; 42
b) 10 ; 80	g) 5; 25	l) 3, 5, 7	r) 380; 60
c) 180 ; 200	h) 8; 20	m) 125; 200	s) 12; 13
d) 53 ; 106	i) 20; 25	n) 680; 850	
e) 45; 900	j) 80; 85	o) 46; 222	

2.5.2. Slovní úlohy

Příklad 36 : Místnost má rozměry 12 m a 5,6 m. Určete počet čtvercových dlaždic a jejich největší možný rozměr tak, aby se s nimi přesně pokryla podlaha.

Příklad 37 : Truhláři mají rozřezal dva trámy dlouhé 220 cm a 308 cm na co nejmenší počet stejně dlouhých trámků. Jak dlouhé budou jednotlivé trámky?
Kolik trámků budeme mít? Kolik řezů truhláři budou muset udělat?

Příklad 38 : Klempíři mají rozřezat plech o rozměrech 220 cm a 308 cm na stejně veliké čtverce tak, aby čtverce byly co největší a plech byl použit beze zbytku. Kolik takových čtverců nařežou ? Vypočítejte stranu tohoto čtverce.

Příklad 39 : Klempíři mají rozřezat plech o rozměrech 220 cm a 308 cm na čtverce tak, aby čtverce byly co nejmenší a plech byl použit beze zbytku. Velikost čtverce musí být přirozené číslo. Kolik takových čtverců nařežou ?

2.6 Čísla soudělná a nesoudělná

Čísla, která mají alespoň jednoho společného dělitel většího než 1 se nazývají **soudělná**
Čísla, jejichž největším společným dělitelem je číslo 1, se nazývají **nesoudělná**.

Příklad :
Zjistěte, zda jsou čísla 16, 25, soudělná.

Dělitelé čísla:
16 - **1**, 2, 4, 8, 16
25 - **1**, **5**

Tato čísla mají jediného společného dělitele **1**. Jsou **nesoudělná.**

Příklad : Zjistěte, zda jsou dvojice čísel: a) 16 a 25 b) 16 a 30 c) 25 a 30 čísla soudělná nebo nesoudělná.

Řešení : Čísla 16 a 25 nemají společného dělitel (jediným společným dělitelem je číslo 1).
Čísla 16 a 30 mají společného dělitele **2.**
Čísla 25 a 30 mají společného dělitele **5.**

Dvojice čísel 16 a 25 jsou čísla **nesoudělná**. Dvojice čísel 16 a 30 jsou čísla **soudělná**.
Dvojice čísel 25 a 30 jsou čísla **soudělná.**

Příklad : Z čísel 12, 18, 45 a 60 najděte čísla soudělná.

Čísla 12, 18 a 60 jsou čísla sudá - dělitelná 2 - jsou soudělná.
Čísla 12, 18, 45 a 60 jsou dělitelná 3 - jsou soudělná.
Čísla 12 a 60 jsou dělitelná 4 a 12 - jsou soudělná.
Čísla 45 a 60 jsou dělitelná 5 - jsou soudělná.
Čísla 12, 18 a 60 jsou dělitelná 6 - jsou soudělná.
Čísla 18 a 45 jsou dělitelná 9 - jsou soudělná.

Příklad 40 : Určete zda dvojice čísel : a) 24; 42 b) 71 a 72
jsou čísla soudělná nebo nesoudělná.

2.7. Rozšíření vět o dělitelnosti

a) Je-li libovolné číslo dělitelné dvěma nesoudělnými čísly, pak je dělitelné také jejich součinem.
Například : je-li číslo dělitelné třemi a čtyřmi současně, pak je dělitelné také dvanácti.

b) Jsou-li dvě (více) čísla dělitelná daným číslem, pak je tímto číslem dělitelný také jejich součet i rozdíl
Například : 49 a 21 jsou dělitelná sedmi $49 + 21 = 70$ 70 je dělitelná sedmi
$49 - 21 = 28$ 28 je dělitelné sedmi.
c) Je-li v součinu alespoň jeden z činitelů dělitelný daným číslem, pak tímto číslem je dělitelný také součin

Například : 35 je dělitelný 5 $3 . 35 = 105$ 105 je dělitelný pěti
d) dělitelnost sedmi (pro zajímavost)
Zkoumáme dělitelnost číslem sedm číslo 304 812.
Pod dané číslo si napíšeme číslo 546 231 a provedeme tento výpočet :
$3.5 + 0.4 + 4.6 + 8.2 + 1.3 + 2.1 = 60$ 60 není dělitelné sedmi a proto také číslo 304 812 není dělitelný sedmi.

Příklad 41 : Vhodným rozkladem na součet nebo rozdíl dvou čísel dokažte, že číslo :
a) 324 je dělitelné 27 b) 387 je dělitelné 43.

Souhrnná cvičení :

1) Je dáno trojciferné číslo 23*. Hvězdičku nahraďte některou z číslic 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 tak**,** aby vzniklo číslo, které je násobkem čísla
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6 f) 7 g) 8 h) 9 i) 10 j) 25

2) Doplňte vynechané číslice v daných číslech 486*, 20*4, 1*52, 3*35 tak, aby čísla byla dělitelná:

a) dvěma c) čtyřmi e) šesti g) deseti
b) třemi d) pěti f) devíti h) dvanácti

3) Která z čísel 124, 135, 145, 280, 540 jsou dělitelná :

a) dvěma c) čtyřmi e) šesti g) deseti
b) třemi d) pěti f) devíti h) dvanácti

4) Z čísel od 51 do 63 vypište všechna čísla dělitelná :

a) dvěma c) čtyřmi e) šesti g) deseti
b) třemi d) pěti f) devíti h) dvanácti

5) Z daných čísel 29, 66, 176, 203, 490, 836, 600, 7 344, 9 099 určete ta, která jsou dělitelná :

a) dvěma d) pěti g) deseti j) třiceti
b) třemi e) šesti h) dvanácti
c) čtyřmi f) devíti i) patnácti

6) Z číslic 3, 4, 0, 2 sestavte všechna čtyřciferná čísla dělitelná : a) dvěma
b) třemi c) čtyřmi d) pěti e) šesti f) devíti g) deseti

7) Je součin 36 . 30 . 7 dělitelný : a) dvěma b) třemi c) čtyřmi
d) pěti e) šesti f) sedmi g) devíti h) deseti

8) Které jediné prvočíslo je sudé?

9) Rozhodněte, zda uvedená čísla jsou čísla složená a najděte co nejvíce jeho dělitelů.
a) 252 b) 141 c) 393 d) 709 e) 829

10) Z daných číslic 2, 3, 4, 5 sestavte dvojciferná čísla, která jsou prvočísly.

11) Rozložte čísla na součin prvočinitelů :
a) 180 b) 48 c) 60 d) 76 e) 84 f) 90 g) 120 h) 150 i) 362 j) 374 k) 428

12) Vypište všechny dělitele daných čísel :
a) 180 b) 48 c) 60 d) 76 e) 84 f) 90 g) 120 h) 150 i) 362 j) 374 k) 428

13) Kdy bude číslo dělitelné dvanácti ?

14) Kdy bude číslo dělitelné sedmnácti ?

15) Vypočtěte :

a) D(5; 5)
b) D(1; 5)
c) D (36; 144)
d) D(54; 126)
e) D(392; 504)
f) D(273; 455)
g) D(945; 729)
h) D(903; 221)
i) D(360; 408; 480)
j) D(294; 480; 735)
k) D(315; 525; 735; 455)
l) D(36; 60; 84; 108)
m) D(1024; 3232; 3348)
n) D(8565; 15988)

16) Určete nejmenší společný násobek :

a) n(15; 22)
b) n(13; 23; 16)
c) n(7; 15; 35; 40;216)
d) n(12; 32; 60; 80; 120)
e) n(560; 620; 760)
f) n(1479; 1769)
g) n(327; 54; 432)
h) n(8565; 15988)

17) Napište dvojice nesoudělných čísel do 16, jestliže první číslo je číslo 16.

18) Napište všechny společné dělitele čísel 360 a 504.

19) Mám 320 ořechů, 240 bonbónů a 200 perníků. Kolik dětí mohu jimi spravedlivě podělit, má-li jich být co nejvíce a má-li každý dostat stejný počet ořechů, stejný počet bonbónů a stejný počet perníků?

20) Určete nejmenší číslo, které má společné dělitele 2; 3; 5.

21) Určete tři nejmenší čísla, která mají společné dělitele 2; 5; 7.

22) Daná dvojice čísel jsou čísla soudělná ? a) 17; 21 b) 35; 77 c) 27; 28

23) Součin dvou neznámých čísel je 2 405. Zmenšíme-li druhé z nich o 14 a první necháme beze změny, zmenší se jejich součin o 910. Určete neznámá čísla.

24) K číslu 1234 připište libovolnou číslici tak, aby vzniklo pěticiferné číslo dělitelné patnácti.

25) K číslu 3579 připište libovolnou číslici tak, aby vzniklo pěticiferné číslo dělitelné třemi a zároveň pěti.

26) Karlík je chovatelem holubů a má jich méně než 100. Ať je vypouštěl po dvou, po třech, po čtyřech či po pěti, vždy mu jeden zůstal v holubníku. Kolik má holubů?

27) V prodejně mají v balíku více než 15 m a méně než 20 m látky. Určete přesně její množství, mohou-li se z látky nastříhat beze zbytku kusy po 210 cm nebo 240 cm.

28) Při rozdělování mandarinek do balíčků po 8 jedna mandarinka zbyla. Při rozdělování po 10 zase jedna zůstala. Kolik bylo mandarinek, jestliže víte, že jich bylo víc než 250 a méně než 300 ?

29) Určete dvě soudělná čísla o společném děliteli 17, z nichž první je nejmenší možné číslo trojciferné, druhé největší možné číslo čtyřciferné.

30) 100 vojáků (včetně velitele) se má postavit všemi možnými způsoby do stejných řad. Jak je to možno uskutečnit? Jak se změní podmínky, stojí-li velitel mimo útvar?

31) 42 žáků 6.A třídy a 36 žáků 6.B třídy mají při pochodovém cvičení jít ve stejně četných řadách, ale tak, aby každá třída šla zvlášť. Kolika způsoby je to možné? Mohou jít všichni žáci v trojstupech, přidá-li se k nim ještě 6.C, která má 28 žáků?

32) Ve světnici je slyšet tikot dvojích hodin. Doba kyvu jedněch je 8 desetin vteřiny, druhých 12 desetin vteřiny. Po jaké době vždy splyne tikot obou hodin?

33) Otec kráčí se synem. Otec má délku kroku 80 cm, syn 55 cm. Vykročí-li oba zároveň, po kolika krocích zase dostoupnou jejich nohy současně?

34) Přední kolo vozu má obvod 25 dm, zadní kolo obvod 32 dm. Po kolika otáčkách mají vždy totéž vzájemné postavení?

35) Z určitého místa závodní dráhy vyjedou zároveň cyklista a motocyklista. Prvý objede dráhu za 2 min. 30 s, druhý za 1 min. 10 s. Po kolika okruzích a kdy se opět setkají v místě, ze kterého společně vyrazili?

36) Z přístavu vyjíždějí lodi do místa A každý čtvrtý den, do místa B každý šestý den, do místa C každý devátý den a do místa D každý patnáctý den. Jednoho dne vyjely všechny lodi. Za kolik dnů se to opět stane?

37) Určete číslo, které je dělitelné dvěma a není dělitelné deseti.

38) Určete číslo, které je dělitelné deseti a není dělitelné dvěma.

39) Které je největší dvojciferné číslo dělitelné dvěma?

40) Které je největší dvojciferné číslo dělitelné pěti?

41) Napište obecně : a) číslo sudé b) číslo liché c) násobek pěti d) násobek tří e) číslo dělitelné pěti f) číslo, které není dělitelné pěti g) liché číslo zvětšené o jednu h) při dělení pěti má zbytek tři

42) Napište nejmenší liché číslo (větší něž 5), které má dělitele 5?

43) Bez dělení určete zbytek : a) 745 : 4 = b) 434 : 4 = c) 8 521 : 5 = d) 256 020 : 3 = e) 745 960 : 3 = f) 259 019 : 9 =

44) U čísla 8025 zaměňte podle potřeby pořadí číslic tak, aby nově vzniklé číslo bylo dělitelné dvěma.

45) U čísla 830 zaměň podle potřeby pořadí číslic tak, aby nově vzniklé číslo bylo dělitelné pěti.

46) K číslu 48 751 najděte nejbližší větší číslo, které je . a) dvěma b) třemi c) čtyřmi d) pěti e) šesti f) devíti g) deseti h) dvanácti

47) Číslo 25* je trojciferné. Nahraďte hvězdičku tak, aby vzniklé číslo bylo dělitelné číslem 12.

48) Najdi dvě různé číslice *, ° tak, aby číslo *°* bylo dělitelné třemi i čtyřmi. Vyšetři všechny možnosti.

49) Čtyři autobusy vyjíždějí na různé linky ze stejné stanice ve stejnou dobu. První se do této stanice vrací za dvě hodiny, druhý za 1,5 hodiny, třetí za 45 minut a čtvrtý za půl hodiny. Za kolik hodin se nejdříve opět všechny setkají v této stanici?

50) V balíku je méně než 50 m látky. Budeme-li z ní stříhat jen na košile nebo jen na šaty nezůstane nám žádný zbytek. Na jednu košili se spotřebuje 1,5 m látky, na šaty 3,2 m. Určete množství látky v balíku.

51) Dvě auta jezdí ze skladu na plantáž pro zralé ananasy. Obě jezdí stejnou průměrnou rychlostí. Řidič Pepe zvládne cestu ze skladu na plantáž a zpět za 15 minut. Řidič Pedro potřebuje na tutéž cestu o 6 minut déle.(je pomalejší při nakládání ananasů). Obě auta vyjedou ráno současně. Kolikrát se setkají ve skladu za směnu (8 hodin)?

52) Ze stejné konečné stanice vyjíždějí ráno v 5 hodin a 10 minut čtyři tramvaje na různé linky. První se do této stanice vrací za 1 hodinu, druhá za 40 minut, třetí za 2 hodiny a čtvrtá za 1 hodinu 20 minut. V kolik hodin nejdříve se opět všechny tramvaje v této stanici setkají?

53) Ve dvou jídelnách hotelu je stejné uspořádání židlí kolem stolů. V první jídelně může obědvat nejvýše 78 osob, ve druhé nejvýše 54 osob. Kolik židlí nejvýše může být kolem jednoho stolu?

54) Na misce ležely třešně. Mohly být rozděleny stejným dílem mezi 4 nebo 6 nebo 12 dětí. Kolik třešní bylo na misce, byl-li to nejmenší možný počet?

55) Na záhon chceme střídavě sázet několik řádků sazenic květáku a několik řádků sazenic salátu. Sazenice salátu se vysazují ve vzdálenosti 45 cm od sebe, sazenice květáku ve vzdálenosti 25 cm. Výsadba sazenic obou druhů rostlin se začíná od kraje řádků a musí být ukončena na konci řádků . Určete nejkratší možnou délku řádků.

56) V divadle je více než 320 míst a méně než 330 míst. V každé řadě je 18 sedadel. Kolik řad a kolik sedadel je v divadle?

57) Úsečky délek 20 cm a 1,6 dm máme rozdělit na stejné dílky tak, aby jejich délka v centimetrech byla vyjádřena celým číslem. Jak je můžeme rozdělit?

58) Jana a Soňa četly stejnou knihu. Jana přečetla denně 14 stran a dočetla knihu o den dříve než Soňa, která přečetla denně 12 stran. Kolik stran měla kniha?

59) Po obvodu obdélníkového záhonu o rozměrech 3,2m a 4,4m se měly vysázet květiny tak, aby mezi nimi byly co největší stejné vzdálenosti vyjádřené celistvými násobky decimetru a aby v každém rohu záhonu byla sazenice. Kolik sazenic bylo třeba?

60) Petr rozřezal dvě tyče na stejné, ale co největší možné díly. Jedna tyč měřila 42 cm, druhá 63 cm. Kolik řezů musel udělat?

61) Kolem zahradnictví se opravoval plot. Z původních sloupků na jedné straně byly ponechány čtyři sloupky. Mezi 1. a 2. sloupkem byla vzdálenost 4,8m, mezi 2. a 3. sloupkem 12m a mezi 3. a 4. sloupkem 7,2m. Jak daleko byly od sebe původně sloupky, jestliže to bylo více než 2m, ale méně než 3m a sloupky byly od sebe stejně vzdáleny?

62) Obdélník o rozměrech 9 cm a 15 cm rozdělte na co nejmenší počet čtverců. Kolik vznikne čtverců? Vypočítejte velikost strany čtverce.

63) Jenda si nechce z opatrnosti zapsat čtyřmístný kód (PIN) své karty pro vybírání z bankomatu. Pamatuje si, že kód je sestaven z různých lichých cifer a je to číslo dělitelné 3 a 25. Určete všechna čísla, která by mohla být kódem Jendovy karty.

64) Doplňte za <u>x</u> a <u>y</u> číslice tak, aby číslo <u>47xy</u> bylo dělitelné 15.

65) Z daných cifer 1; 4; 7; 8 sestavte všechna čtyřciferná čísla dělitelná 4. Žádná cifra se nesmí opakovat.

66) Nahraďte * číslicí tak, aby číslo * 852 bylo čtyřciferné a dělitelné 6.

67) Tři parníky vypluly na své trasy ze stejného přístavu ve stejnou dobu. První se vracel do přístavu po třech dnech, druhý se vracel po pěti dnech a třetí se vracel po šesti dnech. Po návratu každý parník následující den na další plavbu.
a) Po kolika dnech od vyplutí se poprvé setkal první a třetí parník ?
b) po kolika dnech od vyplutí se poprvé opět setkaly v tomto přístavu všechny tři parníky?

68) V přírodním amfiteátru byly na sezení lavičky. Když si návštěvníci koncertu sedli po osmi, seděli na poslední lavičce pouze dva lidé. Když si sedli po sedmi, museli dva lidé stát. Kolik bylo diváků v hledišti a kolik laviček ?

69) Kolem táboráku byly připraveny lavice pro děti. Když si na tyto lavice sedly po sedmi, sedělo na poslední lavici jedno dítě. Když si na všechny lavice sedly po šesti, muselo jedno dítě stát. Kolik dětí se zúčastnilo táboráku a kolik lavic bylo připraveno?

70) Napište všechna přirozená čísla, pro které platí, že součet jejich cifer i součin jejich cifer je roven 6.

71) Největší společný dělitel čísel x a y je 6. Jejich nejmenší společný násobek je 90. Určete y, když víte, že x = 30.

72) Nejmenší společný násobek dvou čísel je 60 a jejich největší společný dělitel je 4. Přitom žádné z nich není dělitelem druhého čísla. Která jsou to čísla?

73) Tři kamarádi šli kupovat do zeleniny pomeranče, jejich cena byla stanovena za kus a byla vyjádřena přirozeným číslem. Karel zaplatil 117 Kč, Luděk 72 Kč a Martin 45 Kč. Kolik kusů pomerančů si koupil Karel ?

74) Najděte přirozené číslo, které je větší než 40 a menší než 50, v jehož zápise není číslice 8 a je násobkem čísla 6.

Výsledky příkladů :

1) 284; 355; 426;**2)** 8;
3) a) je dělitelné; je násobek ; b) není dělitelné; není násobek ; c) je dělitelné; je násobek ; d) je dělitelné; je násobek ; e) není dělitelné; není násobek ;
f) je dělitelné; je násobek ; g) je dělitelná; je násobek ; h) není dělitelná; není násobek ;
i) je dělitelné; je násobek ; **4)** a0 = 10 . a;
5) a) 1; 2; 4; 5; 10; 20; b) 1; 3; 5; 9; 15; 45; c) 1; 3; 9; 11; 33; 99;
d) 1; 2; 4; 5; 8; 10; 16; 20; 25; 40; 50; 80; 100; 200; 400;
e) 1; 2; 3; 6; 9; 13; 18; 26; 39; 78; 117; 234

f) 1; 2; 4; 5; 8; 10; 16; 20; 25; 32; 40; 50; 80; 100; 160; 200; 400; 800;
g) 1; 3; 9; 97; 291; 873; h) 1; 5; 17; 25; 85; 425;
i) 1; 3; 5; 15; 37; 111; 185; 555; j) 1; 23; k) 1; 53
l) 1; 7 ; 43; 301; m) 1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 25; 40; 50; 100; 125; 200; 25; 500; 1 000;

6) a) všechny číslice; b) 0; 2; 4; 6; 8; c) 0; 2; 4; 6; 8; d) všechny číslice;
e) žádná číslice; f) 0; 2; 4; 6; 8; g) 0; 2; 4; 6; 8;

7) a) 1; 4; 7; b) 0; 3; 6; 9; c) 2; 5; 8; d) 2; 5; 8; e) 0; 3; 6; 9; f) 2; 5; 8; g) 1; 4; 7;

8) a) 0; 2; 4; 6; 8; b) 0; 4; 8; c) 0; 4; 8; d) žádná číslice;
e) žádná číslice; f) 0; 4; 8; g) 2; 6; h) všechny číslice;

9) a) nemá řešeníb) 0; 5; c) 0; 5; d) nemá řešení e)všechny číslice, kromě 0; f) 0; 5; g) 0; 5;

10) a) 1; 4; 7; b) 0; 6; c) 2; 8; d) 2; 5; 8; e) žádná číslice;
f) 2; 8; g) 4;

11) a) 1; b) 3; c) 5; d) 8; e) nemá řešení f) 8; g) 4;

12) a) žádná číslice; b) 0; c) 0; d) žádná číslice; e) žádná číslice;
f) 0; g) 0;

13) a) 8; b) 8; c) 4; d) 9; e) žádná číslice;
f) 1; g) 5;

14) a) nemá řešení; b) nemá řešení; c) nemá řešení ; d) nemá řešení
e) nemá řešení; f) 0; g) 0;

15) a) 2; b) 5; c) 0; **16)** a) 0; b) nemá řešení;

17) 4 710; 4 725; 4 740; 4 755; 4 770; 4 785;**18)** 3 852; 6 852; 9 852;

19) a) y - všechny číslice , x – 2; 4; 6; 8 ;
b) 2 112; 2 442; 2 772; 4 224; 4 884; 6 006; 6 336; 6 996; 8 118; 8 448; 8 778;
c) 2 112; 2 772; 4 224; 4 884; 6 336; 6 996; 8 448; d) 5 115; 5 445; 5 775;

20) 841; 933; 999;

22) a) 56 = 2.2.2.7; b) 89 – prvočíslo; c) 100 = 2.2.5.5. d) 425 = 5.5.17
e) 87 = 3.29 f) 250 = 2. 5. 5.5 g) 900 = 2.2.3.3.5.5
h) 1 000 = 2.2.2.5.5.5 i) 8 520 = 2.2.2.3.5.71;
j) 400 = 2.2.2.2.5.5 k) 830 = 2.5.83
l) 315 = 3.3.5.7 m) 780 = 2.2..3.5.13
n) 756 = 2.2.3.3.3.7 o) 837 = 3.3.3.31;

23) a) 3; 5; 7; **b)** 13; 17; 19; **c)** 29; 31; 37;**24)** a) 101; 103; 107; 109; b) 983;

25) 11; 13; 17; 31; 37; 71; 73; 79; 97;**26)** obě číslice čísla musí být lichá;

27) a) sudé číslo; b) sudé číslo; c) liché číslo; d) sudé číslo;
e) sudé číslo; f) liché číslo; g) sudé číslo; h) liché číslo;
i) sudé číslo; j) sudé číslo; k) sudé číslo; l) sudé číslo;
m) liché číslo;

28) a) 25; **b)** 40; **c)** 100; **d)** 1 360; **e)** 84; **f)** 105; **g)** 1 000;
h) 120; **i)** 3 400; **j)**385; **k)** 420; **l)** 360; **m)** 600; **n)** 500;
o) 3 400; **p)** 84; **q)** 630 **r)** 2 250;

29) 48 žáků; **30)** 450 sekund; **31)** 30 minut; **32)** 6.00 hodin; 7.00 hodin; 8.00 hodin; podesáté;

33) a) 60 cm; **b)** 360 krabic; **c)** 9 720 krabic; **34)** 107;

35) a) 5; **b)** 10; **c)** 20; **d)** 53; **e)** 45; **f)** 100;

g) 5; **h)** 4; **i)** 5; **j)** 5; **k)** 7; **l)** 1;
m) 25; **n)** 170; **o)** 2; **p)** 6; **r)** 20; **s)** 1;

36) strana dlaždice 8 dm; 105 dlaždic;**37)** 44 cm; 12 trámků; 10 řezů;

38) strana čtverce 44 cm; 35 čtverců;**39)** 67 760 čtverců;

40) a) soudělná; **b)** nesoudělná;**41) a)** 324 = 270 + 54; **b) 387 =** 430 - 43

Výsledky souhrnných cvičení:

1) a) 230; 232; 234; 236; 238; b) 231; 234; 237; c) 232; 236; d) 230; 235;
e) 234; f) 231; 238; g) 232; h) 234; i) 230; j) nemá řešení;

2) a) 4 860; 4 862; 4 864; 4 866; 4 868; 2 0*4 - všechny číslice;
1 *52 - všechny číslice; 3 *35 nemá řešení;
b) 4 860; 4 863; 4 866; 4 869; 2 004; 2 034; 2 064; 2 094;
1 152; 1 452; 1 752; 3 135; 3 435; 3 735;
c) 4 860; 4 864; 4 868; 2 004; 2 024; 2 044; 2 064; 2 084;
1 *52 - všechny číslice; 3 *35 - nemá řešení;
d) 4 860; 4 865; 2 0*4 - nemá řešení;
1 *52 - nemá řešení 3 *35 - všechny číslice;
e) 4 860; 4 866; 2 004; 2 034; 2 064; 2 094;
1 152; 1 452; 1 752; 3 *35 - nemá řešení;
f) 4 860; 4 869; 2 034;
1 152; 3 735;
g) 4 860; 2 0*4 - nemá řešení;
1 *52 - nemá řešení; 3 *35 - nemá řešení;
h) 4 860; 2 004; 2 064;
1 152; 1 452; 1 752; 3 *35 – nemá řešení;

3) a) 124; 280; 540; b) 135; 540; c)124; 280; 540; d)135; 145; 280; 540;e) 540; f) 135; 540;
g) 280; 540; h) 540;

4) a)52; 54; 56; 58; 60; 62; b)54; 57; 60; c)52; 56; 60; d) 55; 60;e) 54; 60;f) 54; g) 60;h) 60;

5) a) 66; 176; 490; 836; 600; 7 344; b) 66; 600; 7 344; 9 099; c) 176; 836; 600; 7 344; d) 490; 600; e) 66; 600; 7 344; f) 7 344; 9 099; g) 490; 600; h) 600; 7 344; i) 600;j) 600;

6) a) 2 034; 3 024; 4 032; 2 304; 3 204; 4 302; 2 430; 3 240; 4 230; 2 340; 3 042; 4 320;
b) všechny kombinace, kromě těch, které mají na řádu tisíců číslici 0;
c) 3 024; 3 420; 3 240; 2 032; 4 320; d) 2 340 ; 2 430; 3 420; 3 240; 4 230; 4 320;
e) 2 034; 3 024; 4 032; 2 304; 3 204; 4 302; 2 430; 3 240; 4 230; 2 340; 3 042; 4 320;
f) všechny kombinace, kromě těch, které mají na řádu tisíců číslici 0 ;
g) 2 340; 2 430; 3 240; 3 420; 4 230; 4 320;

7) a) – h) ano;**8)** 2;

9) a) 1; 2; 3; 4; 6; 7; 9; 12; 14; 18;21; 28; 36; 42;63;84; 126; 252; b) 1; 3; 47; 141;c) 1; 3; 131; 393; d) 709 – prvočíslo; e) 829 – prvočíslo;**10)** 23; 43; 53;

11) a) 180 = 2.2..3.3.5;b) 48 = 2.2.2.2.3; c) 60 = 2.2.3.5;d) 76 = 2.2.19; e) 84 = 2.2.3.7;
f) 90 = 2.3.3.5; g) 120 = 2.2.2.3.5; h) 150 = 2.3.5.5;i) 362 = 2.181;j) 374 = 2.11.17;
k) 428 = 2.2.107;

12) a) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 9; 10; 12; 15; 18; 20;30;36; 45; 60; 90; 180;
b) 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 48; c) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60;
d) 1; 2; 4; 19; 38; 76; e) 1; 2; 3; 4; 6; 7; 12; 14; 21; 28; 42; 84;

f) 1; 2; 3; 5; 6; 9; 10; 15; 18; 30; 45; 90; g) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 15; 20; 24; 30; 40; 60; 120; h) 1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 25; 30; 50; 75; 150; i) 1; 2; 181; 362;
j) 1; 2; 11; 17; 22; 34; 182; 374; k) 1; 2; 4; 107; 214; 428;

13) jestliže je číslo dělitelné třemi a čtyřmi;**14)** nelze stanovit podobné pravidlo;

15) a) 5; b) 1; c) 36; d) 18; e) 56; f) 91; g) 27;
h) 1; i) 1; j) 3; k) 35; l) 12; m) 4; n) 1;

16) a) 330;b) 4 784; c) 7 560; d) 480; e) 329 840; f) 90 219; g) 47 088; h) 136 937 220;

17) (1; 16); (3; 16); (5; 16); (7; 16); (9; 16); (11; 16); (13; 16); (15; 16);

18) 1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 24; 36; 72; **19)** 40 dětí; **20)** 30; **21)** 70; 140; 210;

22) a) ne; b) ano; c) ne; **23))** 65; 35; **24)** 12 345; **25**) 35 790;**26)** 61 holubů;

27) 16,8m; **28)** 281 mandarinek **29)** (102; 9996);

30) stojí-li velitel v útvaru, můžeme vojáky postavit do řad o počtu vojáků : 1; 2; 4; 5; 10; 25; 50; 100; stojí-li velitel mimo útvar, můžeme vojáky postavit do řad o počtu : 1; 3; 9; 11; 33; 99;

31) mohou jít v řadách o počtu dětí : 2; 3; 6;v trojících nemohou jít žáci 6. C;

32) 24 desetin vteřiny;**33)** po 880 cm, otec udělá 11 kroků, syn udělá16 kroků;

34) přední kolo 32 otáček; zadní kolo 25 otáček;

35) cyklista ujede 7 kol; motocyklista ujede 15 kol; za 17 minut 30 vteřin;

36) za 180 dní;**37)** každé sudé číslo, které má na řádu jednotek číslici 2; 4; 6; 8;

38) takové číslo neexistuje;**39)** 98;**40)** 95;**41)** a) 2x;b) 2x+1;c) 5x;d) 3x;e) 5x; f)5x+1;g) 2x;h) 5x+3, kde x je libovolné přirozené číslo;**42)** 15;**43)** a) 1;b) 2;c) 1; d) 0; e) 1;f) 8;

44) na řádu jednotek musí být číslice 0; 2; 8; na dalších řádech mohou být všechna uvedená číslice kromě řádu tisíců, kde nemůže být číslice 0;**45)** 380;

46) a) 48 752; b) 48 753; c) 48 752; d) 48 755; e) 48 752; f) 48 753;g) 48 760;h) 48 756;

47) 252;**48)** 252; 636;696;828;**49)** za 6 hodin;**50)** 48 metrů;**51)** 4 krát;**52)** v 9.10 hodin;

53) 6 židlí;**54)** 12 třešní;**55)** 225 cm; **56)** 18 řad; 324 sedadel;

57) úsečky rozdělíme po 1 cm nebo 2 cm nebo 4 cm;**58)** 84 stran;**59)** 38 sazenic;

60) 3 řezy;**61)** 24 dm;**62)** 15 čtverců; 3 cm;**63)** 3 975; 9 375; 1 575; 5 175; 3375; 7 575; 5 775; 9 975;

64) 4 710; 4740; 4 770; 4 725; 4755; 4 785;**65)** 1 748; 1 784; 7 148; 7 184;

66) 3 nebo 6 nebo 9;**67)** a) po 6 dnech, b) po 30 dnech; **68)** 8 laviček a 58 diváků;

69) 43 dětí a 7 lavic;**70)** 123; 132; 213; 231; 312; 321.; **71)** 18;**72)** 12; 20;

73) Pokud pomeranč stál 1.- Kč, pak jich Karel koupil 117. Pokud pomeranč stál 3.- Kč, pak jich Karel koupil 39. Pokud cena byla 9.- Kč, pak jich Karel koupil 13.

74) 42;