

5. Racionální čísla

5.1. Vymezení pojmu racionální číslo

Dělením dvou celých čísel nemusí vyjít vždy číslo celé, např.: $6 : 3 = 2$, ale podíl $2 : 3$ není celé číslo. Vznikla tedy potřeba rozšíření celých čísel, aby vždy existoval podíl dvou čísel.

Podíl dvou čísel nazýváme **číslo racionální**, která vyjadřujeme ve **tvaru zlomku**.

a - číselník (určuje počet částí z celku)

— zlopková čára

b - jmenovatel (určuje počet dílů, na které je celek rozdělen)

$$\frac{a}{b} = a : b \quad \dots a, b \text{ jsou celá čísla, kde } b \neq 0$$

$$\frac{5}{2} = 5 : 2 \quad \text{nebo} \quad 12 : 7 = \frac{12}{7}$$

Každý zlomek, který představuje racionální číslo, můžeme převést na číslo desetinné, dělíme-li číselník jmenovatelem. Podíl může být:

- desetinné číslo s konečným počtem desetinných míst
- desetinné číslo s nekonečným počtem desetinných míst – **periodické číslo** s konečnou periodou.

$$\text{a) } \frac{1}{2} = 1 : 2 = 0,5$$

$$\text{b) } \frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,33333\dots = 0,\bar{3} \text{ periodické číslo}$$

Kladná racionální čísla jsou racionální čísla, jejichž obrazy leží na číselné ose vpravo od nuly. Označujeme je znakem +, který můžeme vynechávat.

Například: + 7,5 ; 0,008 ; +235,14 ; $\frac{2}{3}$; + 5 $\frac{1}{4}$

Záporná racionální čísla jsou racionální čísla, jejichž obrazy leží na číselné ose vlevo od nuly. Označujeme je znakem -.

Například: -5,4 ; -24,529 ; - $\frac{5}{7}$; - 3 $\frac{12}{13}$

Nula je racionální číslo, které není ani kladné ani záporné.

Všechna racionální čísla vytvářejí množinu, kterou označujeme **Q**.

5.2. Absolutní hodnota racionálního čísla

Celá čísla jsou podmnožinou čísel racionálních. Ukážeme si, že co platí o absolutní hodnotě celých čísel, platí také o absolutní hodnotě racionálních čísel.

Absolutní hodnota racionálního čísla je vzdálenost obrazu tohoto čísla od počátku číselné osy.

Absolutní hodnota **kladného** racionálního čísla je číslo samo.

Například: $|+8,3| = 8,3$

Absolutní hodnota **záporného** čísla je číslo k němu opačné.

Například: $|-25,84| = 25,84$

Absolutní hodnota **nuly** je nula.

Příklad 1 : Vypočtěte :

a) $|3,4| =$

e) $|-6,45| =$

i) $|-10,044| =$

b) $|+17,7| =$

f) $|-107,451| =$

j) $|+12| =$

c) $|+121,8| =$

g) $|-1,785| =$

k) $|0| =$

d) $|+183,7| =$

h) $|-0,99| =$

Příklad 2 : Vypočtěte :

a) $|-1,1| + |+8,78| =$

d) $|-0,12| + |+9,4| =$

g) $|-5| + |+5,1| + |-7| =$

b) $|+2,1| + |-4,4| =$

e) $|-1,7| + |-3,45| =$

h) $|-100,7| - |-1,1| - |-4| =$

c) $|-0,6| + |+4,4| =$

f) $|-2,4| - |-1,1| + |-1,04| =$

i) $|-5,44| + |-3,78| + |-7,1| + |+0,4| - |-1,5| + |-10| =$

j) $|-8,5| - |-1,9| + |+9,99| + |-42,1| + |+25,45| =$

k) $|-5,6| + |-0,12| + |-1,368| - |-0,46| + |-7,89| - |+17,3| - |-0,56| + |4,5| =$

Příklad 3 : Vypočtěte:

a) $5 \cdot |-7,4| =$

d) $2 \cdot |-0,7| + |19| =$

g) $1,2 \cdot |-0,9| - 7 =$

b) $18 \cdot |-0,5| =$

e) $1,4 : |-1,4| =$

h) $2,4 : |-0,8| + |-1,2| : |-3| =$

c) $2,1 \cdot |-1,2| + 10,5 =$

f) $|-0,4| \cdot |-6| : |-0,2| =$

i) $|-40| : |-0,2| + |-3| \cdot |-0,1| - |0| \cdot |-1,7| =$

j) $|0,9| : |-3| - |1,2| \cdot |-1| + |10,7| - |-0,2| =$

5.3. Porovnávání a zaokrouhlování racionálních čísel

Příklad 4 : Porovnejte dvojice čísel :

a) $0,2 - 4,1$

e) $1,3 - 1,3$

i) $-14,74 - 2,4$

b) $-8,6 - 6,81$

f) $0,26 - 0,24$

j) $+0,15 - 0,15$

c) $+7,4 + 16,7$

g) $-26,45 - 2,4$

k) $0 - 1,489$

d) $-5,4 - 4,57$

h) $-7,77 - 0$

l) $2,4 - 0$

m) $-4,1$ $-4,12$

n) $3,89$ $3,899$

Při zaokrouhlování racionálních čísel platí stejná pravidla jako u zaokrouhlování celých čísel,

Příklad 5 : Zaokrouhlete:

	na desetiny	na setiny	na celky	na stovky	na desítky
12 578,98					
0,1259					
258,4					
2 458,498					

5.4. Sčítání a odčítání racionálních čísel

5.4.1. Sčítání racionálních čísel:

Pro sčítání racionálních čísel platí stejná pravidla jako pro sčítání celých čísel.

Příklad 6 : Vypočítejte :

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (2,7) + (-1,3) = & \text{e) } (-25,567) + 4,12 = & \text{i) } -400,15 + (-235,87) = \\ \text{b) } (+4,12) + (-2,5) = & \text{f) } 28,47 + (+54,147) = & \text{j) } -59,785 + (+47,58) = \\ \text{c) } (-12,147) + (+0,59) = & \text{g) } -12,43 + 19,35 = & \\ \text{d) } (+198,45) + (-45,54) = & \text{h) } -12,43 + 5,35 = & \end{array}$$

Sčítáme-li více kladných a záporných sčítanců, použijeme záměny sčítanců tak, že nejdříve sečteme kladné sčítance a zvlášť záporné sčítance a potom sečteme tyto dva součty.

Příklad 7 : Vypočítejte :

$$\begin{array}{l} \text{a) } (+14,5) + (12,48) + (-4,58) + (-2,4789) = \\ \text{b) } (1,45) + 5,41 + (-0,412) + (-14,5) + (-6,85) + (13,45) + (235,4) = \\ \text{c) } -4,45 + (-54,69) + (+0,489) + (-0,357) + (-142,14) + (0,5986) = \\ \text{d) } 12,98 + (-58,63) + (5,7) + (-15) + (+8,4) + 0 + 56 + (-12,987) = \\ \text{e) } (-45,8) + (-123,489) + (+7,9) + (+15,73) + (0,9) + (+5,94) = \end{array}$$

5.4.2. Odčítání racionálních čísel

Příklad 8 : Vypočítejte :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (2,7) - (-1,3) = & \text{b) } (+4,12) - (-2,5) = \\ \text{c) } (-12,147) - (+0,59) = & \text{d) } (+198,45) - (-45,54) = \\ \text{e) } (-25,567) - 4,12 = & \text{f) } 28,47 - (+54,147) = \\ \text{g) } -12,43 - 19,35 = & \text{h) } -12,43 - 5,35 = \\ \text{i) } -400,15 - (-235,87) = & \text{j) } -59,785 - (+47,58) = \end{array}$$

Příklad 9 : Vypočítejte :

- a) $(+14,5) - (12,48) - (-4,58) - (-2,4789) =$
 b) $(1,45) - 5,41 - (-0,412) - (-14,5) - (-6,85) - (+13,45) - (+235,4) =$
 c) $-4,45 - (-54,69) - (+0,489) - (-0,357) - (-142,14) - (0,5986) =$
 d) $12,98 - (-58,63) - (5,7) - (-15) - (+8,4) - 0 - 56 - (-12,987) =$
 e) $(-45,8) - (-123,489) - (+7,9) - (+15,73) - (0,9) - (+5,94) =$

Příklad 10 : Vypočítejte :

- a) $+15,47 + (+5,79) - (+2,11) + (-36,46) + (+21,89) - (-12,59) =$
 b) $-52,45 + (+28,987) + (-289,47) - (-2,1489) + (-4,9634) =$
 c) $-456,479 + (-8\,963,41) - (-4,45) + (+1,4789) + (+9,4789) =$
 d) $-14,45 + 896,12 - 145,78 + (-2,196) - (+5,147) - 54,13 =$
 e) $(+145,469) + (-2,49) - 45,78 + 9,1 - (+87,963) - (-213,48) =$
 f) $589,1 - 46,79 + (+15,1236) - (+5,78) + (+10,0546) - 50,12 =$

5.5. Násobení a dělení racionálních čísel

Pro násobení a dělení racionálních čísel platí stejná pravidla jako pro násobení a dělení celých čísel.

5.5.1. Násobení racionálních čísel

Příklad 11 : Vypočítejte :

- | | | |
|---------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| a) $(2,7) \cdot (-1,3) =$ | e) $(-25,567) \cdot (-4,12) =$ | i) $-400,15 \cdot (-235,87) =$ |
| b) $(+4,12) \cdot (-2,5) =$ | f) $28,47 \cdot (+54,147) =$ | j) $-59,785 \cdot (+47,58) =$ |
| c) $(-12,147) \cdot (+0,59) =$ | g) $-12,43 \cdot 19,35 =$ | |
| d) $(+198,45) \cdot (-45,54) =$ | h) $-92,43 \cdot (-5,3) =$ | |

5.5.2. Dělení racionálních čísel

Příklad 12 : Vypočítejte :

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| a) $(+0,06) : (+0,2) =$ | i) $(+24,5) : (+0,5) =$ | t) $(-5,6) : 8 =$ |
| b) $(-0,06) : (-0,2) =$ | j) $(-24,5) : (-0,5) =$ | u) $(-1,69) : 13 =$ |
| c) $(+0,06) : (-0,2) =$ | k) $(+24,5) : (-0,5) =$ | v) $(-4,2) : (-0,7) =$ |
| d) $(-0,06) : (+0,2) =$ | m) $0 : (-0,2) =$ | w) $+9100 : (-700) =$ |
| e) $(+12) : (-0,1) =$ | n) $(-0,3) : 0 =$ | y) $(-1,4) : (-0,2) =$ |
| f) $(+12) : (-0,2) =$ | p) $14,7 : (-0,7) =$ | z) $0,32 : (-0,008) =$ |
| g) $(-1,5) : (0,5) =$ | r) $2,1 : (+0,3) =$ | |
| h) $(-24,5) : (+0,5) =$ | s) $(-7,2) : 9 =$ | |

5.6. Komutativnost a asociativnost

Komutativnost : $a + b = b + a$

$a \cdot b = b \cdot a$

Asociativnost . $(a + b) + c = a + (b + c)$

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

5.7. Práce s kalkulačkou

Při složitějších výpočtech je naším vydatným pomocníkem kalkulačka.

Vzhledem k tomu, že každý z vás má jiný typ kalkulačky, je potřebné, aby se každý uživatel kalkulačky podrobně seznámil s návodem práce s danou kalkulačkou.

Příklad : Dokažte, že jste zvládli výpočty pomocí své kalkulačky a vypočítejte nyní příklad 12 s kalkulačkou.

Souhrnná cvičení

1) K číslům $-12,1$; $+10,5$; $-2,2$; $-0,3$; $+2,9$ napište čísla opačná.

2) Porovnejte čísla :

a) $4,6$; $4,7$

d) -1 ; $-1,2$

g) $0,88$; $-0,83$

b) $-0,3$; $-0,9$

e) 0 ; $-0,5$

h) $1,2$; $-1,2$

c) $-4,7$; $5,8$

f) $4,3$; 0

3) Je racionální číslo $+1,81$ řešením nerovnic :

a) $-4 < x < 3$

d) $2 \geq x \geq -3$

g) $-1,4 < x \leq 0,5$

b) $8 < x < 15$

e) $-14,4 < x < -13,1$

h) $2,4 \geq x \geq -3,2$

c) $-1 < x \leq 5$

f) $8,5 < x < 15,7$

i) $-14,4 < x < -18,8$

4) Vypočítejte :

a) $+5,4 + (+ 6,7) - (+ 2,81) + (-6,46) + (+521,99) - (- 82,53) =$

b) $-12,45 + (+ 39,987) + (979,47) - (- 32,1472) + (- 34,98) =$

c) $-46,479 + (- 358 900,41) - (-54,45) + (+ 85,4789) + (+ 49,4583) =$

d) $-10,45 + 80,12 - 639,75 + (- 72,96) - (+ 35,1487) - 894,103 =$

e) $(+ 95,469) + (- 592,49) - 405,78 + 59,01 - (+ 907,903) - (- 253,48) =$

f) $809,71 - 402,709 + (+ 175,1236) - (+425,78) + (+710,051) - 500,62 =$

g) $42 - (+144,4) + (- 0,12) - (- 2,34) + 0,55 + (+ 1,036) - (+1,9) =$

h) $308 - (-1,5) + 38,4 - (+0,15) - 10 + 10,04 + (+10,78) + 10,045 =$

i) $(1,475) - 65,41 + (- 30,4) - (- 104,55) - (- 66,815) + (413,475) - (35,4) =$

j) $-864,45 + (-64,689) - (+ 10,49) + (- 70,57) - (- 42,184) + (+800,5994) =$

k) $1 002,98 - (+508,3) - (57,7) - (-1,75) - (+ 98,4) - 20 - 7 - (- 92,8387) =$

l) $(- 45,8) - (-123,489) - (+ 7,9) - (+ 15,73) - (0,9) - (+ 5,94) =$

- m) $(-74) - (+45) - (-89) - (+986) - (-484) - (-11) - (+567) - 45 =$
 n) $45,6 - (-0,475) + (+0,598) - (-4,789) + 5,489 - (+41,2) + (-10,007) =$
 o) $-0,45 + (-78,9) - (8,45) - 9,63 - (+1,2) - (+127) - (-9,8) - (+5746) =$
 p) $0,12 - (+4,5) + (-2,79) - (+4,54) - (-45,6) - (+0,47) + (-4,23) =$

5) Uspořádejte vzestupně čísla:

- a) $-31,5; -21,7; 73,4; 56,8; -54,4; 21,1; -56,9;$
 b) $21,4; -14,45; -13,74; 21,04; -13,7; -13,8;$

6) Uspořádejte sestupně čísla: $21,4; -14,45; -13,74; 21,04; -13,7; -13,8;$

7) Vypočítejte :

- a) $5 + 7 - 2 + (-5) + (-1,2) + 0,21 - 12 + 3,2 + (-0,12) + 2,14 + 1,248 - 5,41 =$
 b) $-1,5 + 0,5 + 1,5 + 12,7 - 7,48 + 0,15 + (-7,4) + (-0,15) - 9,78 - 8,24 + 1,8 =$
 c) $0,2 - 2,14 + 2,4 - 2,3 - 4,7 + 0,2 + \left\langle 3 \right\rangle - \left\langle 4 \right\rangle - 0,2 + \left\langle 3 \right\rangle + \left\langle 4 \right\rangle =$
 d) $0 - 2,44 - 7,8 + 9,1 - 2,8 + \left\langle 3 \right\rangle + \left\langle 3 \right\rangle - 0,2 - \left\langle 3 \right\rangle + \left\langle 4 \right\rangle - 2,7 + 0,34 =$
 e) $+5,74 - 2,7 - \left\langle 3 \right\rangle + \left\langle 4 \right\rangle - 0,5 - \left\langle 10 \right\rangle - \left\langle 8 \right\rangle + (-6,4) + 4,54 - 0,17 + 3,8 =$

8) Vypočítejte:

- a) $20 : (-5) + \{ - [(-15 : 3) + 1] \cdot (+4 - 5) \} =$
 b) $(4,2 - 3,2) : (0,4 + 0,6) + (-1) =$
 c) $2,1 + (1,7 - 2,4) - (-4,7 - 3,8) + (4,5 - 7,9) =$
 d) $0,9 \cdot (0,3 + 0,6) - (-3) \cdot (-2) =$
 e) $1,6 - (0,7 - 0,3) + 1,6 : (0,7 - 0,3) =$
 f) $1,55 - (+1,5) \cdot (-2) \cdot (+3,2) \cdot (+1,4) =$
 g) $(5,2 - 3,2) : (0,4 + 0,6) + (-1) =$
 h) $2,9 + (1,6 - 2,4) - (-4,5 - 3,8) + (4,4 - 7,9) =$
 i) $0,8 \cdot (0,3 + 0,6) - (-3) \cdot (-9) =$
 j) $1,9 - (0,7 - 0,3) + 1,6 : (0,7 - 0,3) =$
 k) $1,55 - (+1,5) \cdot (-4) \cdot (+3,2) \cdot (+1,7) =$
 l) $12,8 - 14,1 + 5,7 + 2,5 - 90 =$
 m) $18,4 + (-1,6) - (-3,9) - (-1,25) \cdot 0,16 =$
 n) $5,6 : (-1,4) + (5 - 20) : (-15) - 2 \cdot 1,25 - 0,2 : 0,4 \cdot 3 =$

Výsledky příkladů :

- 1) a) 3,4; b) 17,7; c) 121,8; d) 183,7; e) 6,45; f) 107,451; g) 1,785; h) 0,99; i) 10,044;
 j) 12; k) 0;
 2) 9,88; b) 6,5; c) 5; d) 9,52; e) 5,15; f) 2,34; g) 17,1; h) 95,6; i) 25,22;
 j) 84,14; k) 1,158;
 3) a) 37; b) 9; c) 13,02; d) 20,4; e) 1; f) 12; g) -5,92; h) 3,4; i) 200,3;
 j) 9,6;
 4) a) $0,2 > -4,1$; b) $-8,6 < -6,81$; c) $+7,4 < +16,7$; d) $-5,4 < -4,57$; e) $1,3 > -1,3$;
 f) $0,26 > 0,24$; g) $-26,45 < -2,4$; h) $-7,77 < 0$; i) $-14,74 < 2,4$;
 j) $+0,15 > -0,15$;

5)

	na desetiny	na setiny	na celky	na stovky	na desítky
12 578,98	12 579	12 578,98	12 579	12 600	12 580
0,1259	0,1	0,13	0	0	0
258,4	258,4	258,4	258	300	260
2 458,498	2 458,5	2 458,5	2 458	2 500	2 460

- 6) a) 1,4 b) 1,62; c) -11,557; d) 152,91; e) -21,447; f) 82,617;
 g) 6,92; h) -7,08; i) -636,02; j) -12,205;
 7) a) 19,9211; b) 233,948; c) -200,5494; d) -3,537; e) -138,819;
 8) a) 4; b) 6,62; c) -12,737; d) 243,99; e) -29,687; f) -25,677;
 g) -31,78; h) -17,78; i) -164,28; j) -107,365;
 9) a) 9,0789; b) -231,048; c) 191,6494; d) 29,497; e) 47,219;
 10) a) 17,17; b) -315,7475; c) -9 404,4812; d) 674,417; e) 231,816; f) 511,5882;
 11) a) -3,51; b) -10,3 c) -7,16673; d) -9 037,413; e) 105,33604;
 f) 1 541,56519; g) -240,5205; h) 489,879; i) 94 383,3805; j) -2 844,5703;
 12) a) 0,3; b) 0,3; c) -0,3; d) -0,3; e) -120; f) -60; g) -3; h) -49; i) 49;
 j) 49; k) -49; m) 0; n) nejde; p) -21; r) 7; s) -0,8; t) -0,7; u) -0,13;
 v) 6; w) -13; y) 7; z) -40;

Výsledky souhrnných cvičení :

- 1) +12,1; -10,5; +2,2; +0,3; -2,9;
 2) a) $4,6 < 4,7$ b) $-0,3 > -0,9$ c) $-4,7 < 5,8$ d) $-1 > -1,2$
 e) $0 > -0,5$ f) $4,3 > 0$ g) $0,88 > -0,83$ h) $1,2 > -1,2$
 3) a) ano; b) ne; c) ano; d) ano; e) ne; f) ne g) ne; h) ano; i) ne;
 f) 365,7756; g) -100,494; h) 368,615; i) 455,105; j) -167,4156;
 k) 406,1687; l) 47,219; m) -1 133; n) 5,744; o) -5 961,83; p) 29,19;
 4) a) 607,35; b) 1 004,1742; c) -358 757,5018; d) -1 572,2917; e) -1 498,214;
 5) a) -56,9; -54,4; -31,5; -21,7; 21,1; 56,8; 73,4;
 b) -14,45; -13,8; -13,74; -13,7; 21,04; 21,4;
 6) 21,4; 21,04; -13,7; -13,74; -13,8; -14,45;
 7) a) -6,932; b) -17,9; c) -12,54; d) -13,5; e) 21,31;
 8) a) -8; b) 0; c) 6,5; d) -5,19; e) 5,2; f) 14,99; g) 1; h) 6,9; i) 27,72;
 j) 5,5; k) 34,19; l) -83,1; m) 20,9; n) -7;