

2. Mocniny

2.1 Mocniny a odmocniny

Příklad 1 : Vyjádřete jako mocninu : a) 2.2.2.2.2.2.2.2.2.2

b) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$

c) 3.3.3.3.a.a.a.a.b.b.b.b

d) 4.5.a .b

e) $\frac{1}{a.a.a.a}$

Příklad 2 : Vyjádřete mocninu jako součin :

a) 4^3

b) 6^2ab^5

c) $10a^{-2}$

d) $4^3a^2b^{-3}$

Příklad 3 : Vypočítejte :

a) $1,7^2 =$

b) $1\,900^2 =$

c) $0,25^2 =$

d) $0,0017^2 =$

e) 800^2

f) $0,14^2 =$

g) $3^5 =$

h) $(-1,3)^2 =$

ch) $-0,2^5 =$

i) $-(-2)^4 =$

j) $(\frac{4}{5})^2 =$

k) $(-\frac{5}{1})^3 =$

l) $-\{ - [(-2)^2]^2 \}^3 =$

m) $4^{-2} =$

n) $0,4^{-2} =$

o) $\frac{1}{4^{-2}} =$

p) $\frac{2^{-3}}{3^{-2}} =$

r) $\frac{4^{-2}}{\frac{1}{4^{-3}}} =$

s) $0^0 =$

Příklad 4 : Vyjádřete jako součin (podíl) mocnin s co nejmenším přirozeným základem mocniny :

a) $\frac{8 \cdot 9^3}{16^4}$

c) $\frac{20^{-4}}{25^{-2}} \cdot \frac{2^7}{8^{-3}} \cdot 0,8^2 =$

b) $\frac{27^4}{25^2} \cdot \frac{50^2 \cdot 32^{-2}}{81^5}$

d) $\frac{24 \cdot 8^{-3} \cdot 15^5 \cdot 45^3}{12^3 \cdot 50^4 \cdot 16^2} =$

Příklad 5 :

a) $(-3)^3 =$

b) $-(-2)^4 =$

c) $-(-2)^5 =$

d) $-(-2)^{-5} =$

Příklad 6 : Porovnejte :

a) $(-2)^2 - 2^2$

b) $(-3)^3 - 3^3$

c) $-1^7 - (1)^7$

Příklad 7 : Vypočítejte :

a) $5,2 \cdot 10^5 + 5,2 \cdot 10^4 - 2,4 \cdot 10^3 - 2,4 \cdot 10^2 + 1,8 \cdot 10 - 5$

b) $2,7 \cdot 10^9 - 5,7 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5 - 3,2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 - 1$

Příklad 8 : Vypočítejte :

a) $\sqrt{0,0144} =$

e) $\sqrt{6,25} =$

g) $\frac{\sqrt{0,25}}{\sqrt{0,16}} =$

b) $\sqrt{200} =$

f) $\frac{\sqrt{1600}}{20^2} =$

h) $\sqrt{(12)^2} =$

c) $\sqrt{9000000} =$

ch) $\sqrt{-900} =$

d) $\sqrt{0,0361} =$

Příklad 9 : Vypočítejte :

a) $3^{-2} + 0,4^2 =$

b) $0,5^{-2} + 0,4^{-3} + 0,2^2 =$

c) $0^3 - (-1,7)^2 =$

Příklad 10 : Vypočtěte :

a) $\sqrt[3]{2^3} =$

b) $\sqrt{\sqrt{81}} =$

c) $\sqrt{\sqrt{16}} =$

d) $\sqrt{4 \cdot \sqrt{16}} =$

e) $\sqrt{a^6} =$

f) $\sqrt{\sqrt{a^4}} =$

g) $\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}}} =$

h) $\sqrt{-\sqrt{a^2}} =$

ch) $\sqrt{\sqrt{1}} =$

2.2 Sčítání a odčítání mocnin

Sčítáme a odčítáme pouze mocniny se stejným základem a exponentem a to tak, že základ a exponent opíšeme a číslo před mocninou sečteme nebo odečteme.

Příklad :

$$2 \cdot 5^4 + 6 \cdot 5^4 = 8 \cdot 5^4$$

$$8 \cdot 4^9 - 2 \cdot 4^5 = 6 \cdot 4^4$$

$$7a^3 + 5a^3 = 12a^3$$

$$7a^8 - 3a^8 = 4a^8$$

$$5a^3 + 4a^2 - 5a + 6 - 8a^3 + 5a^2 - 4a - 7 =$$

$$-3a^3 + 9a^2 - 9a - 1$$

$$7x^2y^3 - 2x^3y^2 + 3x^2y^3 =$$

$$10x^2y^3 - 2x^3y^2$$

$$9x^3(x-3)^4 + 5(x-3)^4 - 2x^3(x-3)^4 = 7x^3(x-3)^4 + 5(x-3)^4$$

$$3x^{-2} + 4x^2 - 5x^{-2} - 6x^2 + x^{-2} = -2x^2 - x^{-2} \quad \text{správně je také } -2x^2 - \frac{1}{x^2} \quad x \neq 0$$

Příklad 11 : Vypočtěte :

a) $14a^4 - 4a^3 + 10a + 8a^3 + 5 + 2a^4 + 4a^3 =$

b) $-4x^2 - 5x^4 + 10x^3 - 4x^2 + 5x^4 - 8x^3 + 4 =$

c) $6,3t^2 - 5,8t^2 + 2,7t^2 - 1,9t^2 =$

d) $5r - (12r^2 - 2r) - [5r - (2r - 12r^2)] =$

e) $3a - [6a^2 - (3a - 15a^2)] + (5a + 4a^2) =$

2.3 Násobení mocnin

Násobit spolu můžeme pouze ty mocniny, které mají společný základ. Mocniny násobíme tak, že základ opíšeme a exponenty sečteme.

Příklad :

$$a^4 \cdot a^5 = a^9$$

$$4^3 \cdot 4^5 \cdot 4^{-2} = 4^6$$

$$4x^2b^3 \cdot (-2x^3b^4) = -8x^5b^7$$

$$3x^7 \cdot (-4x^{-3}) \cdot 2x = -24x^5 \quad x \neq 0$$

$$2x^3(a+b)^4 \cdot 0,5x^2(a+b)^{-5} = x^5 \cdot (a+b)^{-1} \quad a \neq -b$$

$$4x(a+b)^5 \cdot (a-b)^5 = \text{nemá řešení}$$

$$x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{2}{5}} = x^{\frac{3}{4} + \frac{2}{5}} = x^{\frac{23}{20}} = x^{\frac{1}{20} \cdot 23} = x^{\frac{1}{20} \cdot 20 \sqrt{x^3}} \quad x \geq 0$$

$$2^4 a^{x+2} b^{1-x} \cdot 2^{-2} \cdot 3^4 a^{5-2x} b^{3x+5} = 2^2 \cdot 3^4 a^{7-x} b^{2x+6}$$

Příklad 12 : Vypočtěte :

a) $6a \cdot 3a^2b^3 =$

b) $2^4 a^5 b^2 \cdot 2^{-3} a^4 b^{-1} =$

$$\begin{aligned} \text{c) } & 4ab^3 \cdot 3a^2b^2c^2 = \\ \text{d) } & -4a^4b \cdot 4^2abc^2 = \\ \text{e) } & a^5b^3c^{-4} \cdot 2a^3b^{-4}c^{-5} \cdot 0,7a^{-1}b^2c = \\ \text{f) } & 5a^4b^{-3}c^{-4} \cdot 0,3a^{-4}c^{-5} \cdot 0,4x^{-1}b^3cd^2 = \\ \text{g) } & 0,1x^4 \cdot \frac{2}{5}x^2 \cdot \frac{3}{4}x^{-7}y^{-3} = \end{aligned}$$

$$\text{h) } 2a^{a+3}b^2 \cdot 0,2a^{3-2x}b^{3x} \cdot \frac{1}{5}a =$$

$$\text{i) } 3a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{3}{4}} \cdot 0,2a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{2}{5}} =$$

$$\text{j) } 5a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{3}{4}} \cdot 0,2a^{\frac{4}{5}}b^{\frac{1}{2}} \cdot 3b^{-\frac{2}{3}} =$$

$$\text{k) } \sqrt{a} \cdot 3 \cdot \sqrt[4]{a^3} =$$

$$\text{l) } 0,2\sqrt{x} \cdot 2 \cdot \sqrt{x^3}y =$$

$$\text{m) } 6 \cdot \sqrt{x} \cdot 0,1x^4 =$$

$$\text{n) } 7 \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^3} \cdot (-0,1x \cdot \sqrt[3]{x^2}) =$$

$$\text{o) } \sqrt{\sqrt{x}} \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{\sqrt{x^2}} =$$

$$\text{p) } 2 \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{x^{-2}}} =$$

Příklad 13 : Řešte rovnice

$$\text{a) } \frac{x}{2^4} = 2^3$$

$$\text{b) } \frac{3x}{4^2} = 1$$

$$\text{c) } \frac{5x}{3^4} = 0$$

Příklad 14 : Vypočítejte :

$$\text{a) } (a+r)^3 \cdot (a+r)^5 =$$

$$\text{c) } (a-4)^3 \cdot (4-a)^7 =$$

$$\text{k) } a^{-5} : a^{-8} =$$

$$\text{b) } (x-y)^a \cdot (x-y)^b =$$

$$\text{j) } a^{-5} : a^{-3} =$$

$$\text{l) } x : x^{-3} =$$

2.4. Dělení mocnin

Dělit spolu můžeme pouze ty mocniny, které mají společný základ. Mocniny dělíme tak, že základ opíšeme a exponenty odečteme.

POZOR : nesmíme dělit 0.

Příklad :

$$a^4 : a^5 = a^{-1} \quad a \neq 0$$

$$4^{13} : 4^5 = 4^8$$

$$4x^2b^5 : (-2x^3b^4) = -2x^{-1}b \quad a \neq 0, b \neq 0$$

$$(-4x^{-3}) : 2x = -2x^2 \quad x \neq 0$$

$$2x^3(a+b)^4 : 0,5x^2(a+b)^{-5} = 4x \cdot (a+b)^9 x \neq 0, a \neq -b$$

$$4x(a+b)^5 : (a-b)^5 = \text{nemá řešení} \quad a \neq b$$

$$12a^{-4}b^{-4} : (-3a^{-2}b^2) = -4a^{-2}b^{-6} \quad a \neq 0, b \neq 0$$

$$x^{\frac{3}{4}} : x^{\frac{2}{5}} = x^{\frac{7}{20}} \quad x \neq 0$$

$$\frac{3}{4}x^3 : \frac{2}{5}x = 1\frac{7}{8}x^2 \quad x \neq 0$$

Příklad 15: Vypočítejte:

$$\text{a) } 7^4 : 7^3 =$$

$$\text{e) } (-a)^4 : (-a)^3 =$$

$$\text{i) } x^2 : x^{-4} =$$

$$\text{b) } (-5)^7 : (-5)^2 =$$

$$\text{f) } a^2 : a^5 =$$

$$\text{j) } a^{-5} : a^{-3} =$$

$$\text{c) } (-4)^3 : (-4)^5 =$$

$$\text{g) } a : a^4 =$$

$$\text{k) } a^{-5} : a^{-8} =$$

$$\text{d) } a^8 : a^2 =$$

$$\text{h) } a^{-2} : a^5 =$$

$$\text{l) } x : x^{-3} =$$

Příklad 16 : Vypočítejte :

$$\text{a) } 12a^6 : 2a^4 =$$

$$\text{d) } 0 : 2a^4 =$$

$$\text{f) } \frac{2}{5}x^4 : \frac{1}{10}x^{-7} =$$

$$\text{b) } -25a^3 : (-5a^2) =$$

$$\text{e) } -\frac{1}{3}x^5 : x^{-3} =$$

$$\text{c) } 100x^6y^3 : (-20x^5b^5) =$$

g) $3\frac{1}{4}x^6 : 3\frac{1}{2}x^{-7} =$

h) $0,5x^{-4}y^3 : \frac{3}{4}x^2y^3 =$

j) $x^3y^5 : \frac{2}{5}x^3z^3a^{-7} =$

i) $x^5 : 2x^{-5} =$

j) $7\sqrt{x} : \sqrt[4]{x^3} =$

k) $\sqrt{\sqrt{x}} : 2\sqrt[3]{\sqrt{x^2}} =$

l) $2\sqrt[3]{x} : \sqrt[3]{\sqrt{x^{-2}}} =$

Příklad 17 : Vypočtěte :

a) $a^5b^3c^{-4} : 2a^3b^{-4}c^{-5} =$

b) $5a^4b^{-3}c^{-4} : 0,3a^{-4}c^{-5} =$

c) $0,1x^4 : \frac{2}{5}x^2 =$

d) $2a^{a+3}b^2 : 0,2a^{3-2x}b^{3x} =$

e) $3a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{3}{4}} : 0,2a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{2}{5}} =$

f) $5a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{3}{4}} : 0,2a^{\frac{4}{5}}b^{\frac{1}{2}} =$

g) $\sqrt{a} : 3\sqrt[4]{a^3} =$

h) $0,2\sqrt{x} : 2\sqrt{x^3}y =$

i) $6\sqrt{x} : 0,1x^4 =$

Příklad 18 : Vypočtěte :

a) $(a+r)^5 : (a+r)^3 =$

b) $(x-y)^a : (x-y)^b =$

c) $(a-4)^3 : (4-a)^7 =$

d) $(5-x)^3 : (x-5)^4 =$

e) $(a+1)^2 : (1+a)^3 =$

f) $(d+4)^5 : (-d-4)^5 =$

g) $(5x-2)^{2+a} : (5x-2)^{3a-5} =$

h) $(6a-5)^{x-7} : (6a-5)^{7-x} =$

i) $18a^7(v-2b)^4 : 2a^4(v-2b)^3 =$

j) $-20x^8(2x+1)^2 : 5xy^2 =$

k) $-20x^8(2x+1)^2 : 0,5xy^{-3}(2x+1) =$

l) $1 : 4y^2(x-y)^3 =$

2.5. Mocnina mocniny

Mocninu umocníme tak, že základ opišeme a exponenty vynásobíme.

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

Příklad : $(3a^2)^4 = 3^4 \cdot a^8 = 81a^8$

$(-10x^2y^{-3})^4 = 10\,000x^8y^{-12} \quad y \neq 0$

$(-0,1x^2y^{-3})^3 = -0,001x^6y^{-9} \quad y \neq 0$

$[(10^2)^3]^4 = 10^{24}$

POZOR na mocninu, která má záporný základ .

Příklad 19 : Vyjádřete jako mocninu :

a) $(3a-4) \cdot (3a-4)^5 =$

b) $(m+2a)^3 \cdot (m+2a)^4 =$

Příklad 20 : Vypočtěte :

a) $(2 \cdot 5)^2 =$

b) $(-3 \cdot 2^2)^2 =$

c) $(-3 \cdot 2^2)^{-2} =$

d) $(-2x^3yz^{-2})^2 =$

e) $(-2x^3yz^{-2})^3 =$

f) $(-2x^3yz^{-2})^{-2} =$

g) $(\frac{2}{3}a)^2 =$

h) $(-\frac{4}{5}a^3)^3 =$

i) $(-\frac{4}{5}a^3)^4 =$

j) $(-\frac{4}{5}a^3)^{-3} =$

k) $(0,4a^3b^{-2})^2 =$

l) $(0,4a^3b^{-2})^{-3} =$

m) $(\frac{1}{x-5})^3 =$

n) $(\frac{2}{a-2})^{-2} =$

o) $[\frac{(a-2)^3}{(a+1)^4}]^3 =$

p) $[\frac{(x-y)^3}{(x+y)^{-2}}]^4 =$

r) $[\frac{(a-2)^3}{(a+1)^4}]^{-2} =$

s) $[\frac{(x-y)^3}{(x+y)^{-2}}]^{-2} =$

2.6. Zápis čísel v desítkové soustavě pomocí mocnin o základu deset

Příklad : Napíšte čísla v desítkové soustavě pomocí mocnin 10^n : 2 756; 23 456,789; 200 003

$$2\,756 = 2 \cdot 1\,000 + 7 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 6 = \mathbf{2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 6}$$

$$23\,456,789 = 2 \cdot 10\,000 + 3 \cdot 1\,000 + 4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 6 + 7 \cdot 0,1 + 8 \cdot 0,01 + 9 \cdot 0,001 \\ = 2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 6 + 7 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-3}$$

Vidíte zde sestupnost exponentů? $10 = 10^1$ $6 = 6 \cdot 10^0$

$$200\,003 = 2 \cdot 10^5 + 3$$

Příklad 21 : Napíšte čísla v desítkové soustavě pomocí mocnin 10^n :

a) 124 201 603

b) 500 001 666 002

c) 2 000 000,458

Příklad 22 : Napíšte uvedená čísla klasickým způsobem :

a) $7 \cdot 10^9 + 5 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10 + 6 \cdot 10^{-3}$

b) $5 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^6 + 1 \cdot 10^{-3} + 6 \cdot 10^2$

2.7. Zápis čísel v desítkové soustavě ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$

Příklad : Zapište uvedená čísla v desítkové soustavě ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$:

54 234

123 456,789

0,45

0,0023

54 234 = $\mathbf{5,4234 \cdot 10^4}$

123 456,789 = $\mathbf{1,23456789 \cdot 10^5}$

0,45 = $\mathbf{4,5 \cdot 10^{-1}}$

0,0023 = $\mathbf{2,3 \cdot 10^{-3}}$

Příklad 23 : Zapište uvedená čísla v desítkové soustavě ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$:

a) 2 145,4

b) 0,5

c) 3 542,1

d) 111,1111

e) 1,5

Příklad 24 : Zapište uvedená čísla v desítkové soustavě ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$:

a) $7 \cdot 10^9 + 5 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10 + 6 \cdot 10^{-3}$

b) $5 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^6 + 1 \cdot 10^{-3} + 6 \cdot 10^2$

Souhrnná cvičení :

1. Vyjádřete jakou součin mocnin o základu 2, 3 a 5 :

a) $(\frac{2^4 \cdot 3^5}{8^2 \cdot 9^2})^2 =$

d) $(\frac{32 \cdot 27}{9^2})^3 : (\frac{2^2 \cdot 16^{-2}}{81^3})^4 =$

b) $(\frac{2^4 \cdot 3^5}{8^2 \cdot 9^2})^{-3} =$

e) $\frac{2^6 \cdot 3^4 \cdot 6^5}{8^3 \cdot 9^2} \cdot \frac{4^{-2} \cdot 5^5 \cdot 6^{-3}}{12^3 \cdot 10^{-4}} =$

c) $(\frac{2 \cdot 9^2}{3^3 \cdot 4^3})^2 \cdot \frac{8^3}{27^2 \cdot 16^{-2}} \cdot 1,5^2 =$

2. Vypočtěte :

a) $a^{3n+2} b^4 : a^{2n-4} b^{n-3}$

c) $a^{3n+2} b^4 + a^{2n-4} b^{n-3} =$

b) $2 a^{3n+2} b^4 \cdot 0,5 a^{2n-4} b^{n-3}$

d) $a^{-3n-2} b^4 \cdot a^{2n+4} b^{n-3} =$

3) Napíšte čísla v desítkové soustavě pomocí mocnin 10^n

a) 2 145,4

b) 0,5

c) 3 542,1

d) 111,1111

e) 1,5

4) Zapište uvedená čísla v desítkové soustavě ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$:

a) 124 201 603

b) 500 001 666 002

c) 2 000 000,458

5) Vypočtete :

a) $0,015^2 =$

f) $0,11^2 =$

k) $0,1^4 =$

p) $300^{-3} =$

b) $140\,000^2 =$

g) $1\,600^2 =$

l) $0,03^3 =$

r) $0,4^4 =$

c) $0,19^2 =$

h) $0,000\,5^2 =$

m) $20^5 =$

s) $0,11^{-2} =$

d) $1,8^2 =$

i) $500^2 =$

n) $1\,000^4 =$

t) $-(-2)^{-3} =$

e) $2\,500^2 =$

j) $2^7 =$

o) $2^{-4} =$

6) Vypočtete :

a) $(\frac{4}{5})^3 =$

g) $-(\frac{5}{9})^2 =$

m) $-(4)^{\frac{1}{2}} =$

b) $(\frac{4}{5})^{-3} =$

h) $-(\frac{5}{9})^{-2} =$

n) $\frac{(\frac{3}{5})^2}{1} =$

c) $(-\frac{6}{7})^2 =$

ch) $(-\frac{5}{9})^2 =$

o) $\frac{1}{2^3} =$

d) $-(-\frac{6}{7})^2 =$

i) $(\sqrt{2^2}) =$

p) $\frac{(2^2)^{-3}}{3} =$

e) $-(-\frac{6}{7})^{-2} =$

j) $(-\sqrt{2^2})^2 =$

o) $\frac{3}{(\frac{2}{3})^2} =$

f) $(\frac{5}{9})^2 =$

k) $(\sqrt{\frac{25}{81}})^3 =$

p) $0^1 =$

l) $(\sqrt{4^3})^3 =$

r) $1^0 =$

s) $(-1)^{-1} =$

7) Vypočtete :

a) $\sqrt{0,000121} =$

e) $\sqrt{\sqrt{16}} =$

g) $\frac{\sqrt{0,0025}}{\sqrt{0,16}} =$

b) $\sqrt{4000000} =$

f) $\frac{\sqrt{900}}{30} =$

h) $\sqrt{-400} =$

c) $\sqrt{0,00025} =$

d) $\sqrt{0,0225} =$

i) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{1}}} =$

8) Vyjádři :

a) $\sqrt{c^4 d^{10}} =$

d) $\sqrt{0 \cdot x^2} =$

g) $(\sqrt[4]{16a^4})^2 =$

b) $\sqrt{x^6 y^{-4}} =$

e) $\frac{\sqrt{100a^4}}{\sqrt[3]{8a^3}} =$

h) $(\frac{9}{16})^{\frac{1}{2}} =$

c) $\sqrt{0,25} \cdot \sqrt{400x^3 y^4 z^5} =$

f) $\sqrt[4]{16a^4} =$

ch) $(\frac{9}{16})^{\frac{-1}{2}} =$

9) Vypočtete :

a) $7x^5 - 5x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 0,4x + 4 + 5x^5 - x^4 + 2x^3 - 0,4x + 9 =$

b) $0,4x^5 - 2x^3 - 2x^2 + 6 + 7x^5 - 5x^4 + 3x^4 - 2x^2 - 0,74x + 1 =$

c) $-5x^4 + 0,3x^3 - 0,102x^2 + 0,4x + 2,6 + 0,7x^5 + 3x^4 - 1,2x^2 + 1,07x^5 - 5,4x^4 + 0,3x^3 - 2x^2 - -0,4x + 4 =$

d) $1,7x^6 - 0,5x^4 + 3,1x^3 - 2x^2 + 0,4x + 4 + 2,7x^5 - 0,5x^4 + 3,3x^3 - 1,2x^2 - 0,4x + 4 + 0,07x^5 - 6,5x^4 + 7,3x^3 - 10,2x^2 - 10,4x + 4 + 2,7x^7 - 5x^6 + 13x^3 - 0,12x^2 - 0,34x + + 4 =$

e) $4(x+y)^2 - 3(x-y)^2 + 4(x+y)^2 - 0,4(x-y)^2 + 0,6(x+y)^2 - 0,5(x-y)^2 =$

10) Vypočtete :

a) $12^4 \cdot 12^3 =$

b) $(-5)^5 \cdot (-5)^4 =$

c) $(-4)^2 \cdot (-4)^{-3} =$

d) $a^8 \cdot 2a^2 =$

e) $(-a)^4 \cdot 4(-a)^2 =$

f) $20a^2 \cdot (-20)a^5 =$

g) $3a^2b^5c^{-4} \cdot 0,2a^2b^{-4}c^{-2} \cdot 7a^{-1}b^3c =$

h) $b^{-3}c^{-4} \cdot 3a^{-2}c^{-4} \cdot 2xb^{-5}cd^{-1} =$

ch) $20x^5 \cdot \frac{2}{5}x^{-3} \cdot \frac{3}{4}y^{-3} =$

i) $0,5x^{a+3}y^2 \cdot 2x^{3-2x}y^{3x} \cdot \frac{1}{5}x =$

j) $0,4a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{3}{4}} \cdot (-0,2a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{2}{5}}) =$

k) $0,5h^{\frac{1}{5}}j^{\frac{3}{4}} \cdot 2j^{\frac{4}{5}}h^{\frac{1}{2}} \cdot 3h^{-\frac{2}{3}} =$

l) $3 \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot 5 \cdot \sqrt{a^6} =$

m) $\sqrt{x} \cdot 2 \cdot \sqrt{x^3y} \cdot \sqrt{x} \cdot 0,1x^4 =$

n) $\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^3} \cdot (-0,1x \cdot \sqrt[3]{x^2}) \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{x^{-2}}} =$

11) Vypočítejte :

a) $(2a+4r)^5 \cdot (2a+4r)^6 =$

b) $(y-x)^a \cdot (x-y)^2 =$

c) $(2a-b)^3 \cdot (2a-b)^{-3} =$

d) $(x-5)^n \cdot (x-5)^{4n-1} =$

e) $(a+1)^{2n-3} \cdot (1+a)^{3n+4} =$

f) $(d+4)^{5x+1} \cdot (d+4)^{5-4x} =$

12) Vypočítejte :

a) $12^4 : 12^3 =$

b) $(-5)^5 : (-5)^4 =$

c) $(-4)^2 : (-4)^{-3} =$

d) $10a^8 : 2a^2 =$

e) $16(-a)^4 : 4(-a)^2 =$

f) $20a^2 : (-20)a^5 =$

g) $12a^6 : 2a^4 + (-25a^4) : (-5a^2) =$

h) $(x^3y^5 : \frac{2}{5}x^3z^3a^{-7}) : (x^{-5} : 2x^{-5}) =$

ch) $(6a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{3}{4}} : 0,2a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{2}{5}}) \cdot (5a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{3}{4}} : 0,2a^{\frac{4}{5}}b^{\frac{1}{2}}) =$

i) $(5a^{\frac{1}{5}}b^{\frac{3}{4}} : 0,2a^{\frac{4}{5}}b^{\frac{1}{2}})^2 =$

13) Vypočítejte :

a) $(2a+4r)^5 : (2a+4r)^6 =$

b) $(y-x)^a : (x-y)^3 =$

c) $(2a-b)^3 : (2a-b)^{-3} =$

d) $(5-x)^n : (5-x)^{4n-1} =$

e) $(a+1)^{2n-3} : (1+a)^{3n+4} =$

f) $(d+4)^{5x+1} : (d+4)^{5-4x} =$

14) Vypočítejte :

a) $\{ [(2^2)^3]^2 \}^2 =$

b) $\{ [(2^2)^3]^2 \}^{-2} =$

c) $(-4x^2y^az^{-3})^2 =$

d) $[\frac{(x-5)^2}{(y-3)^{-2}}]^2 =$

e) $[\frac{(x-5)^5}{(y-3)^{-2}}]^{-3} =$

f) $(\frac{5}{x+2})^{-2} =$

15) Zapište číselné výrazy a určete jejich hodnotu :

a) číslo 152 zmenšete o 327

b) číslo 63 zvětšete 8 krát

c) podíl čísel 36 a 4 znásobte jejich součtem

d) od součtu čísel 846 a 52 odečtete podíl čísel 426 a 6.

16) Zapište výrazy :

a) číslo o 5 menší než y

b) pětina čísla x zvětšená o $\frac{1}{2}$

c) polovina součinu čísel 4 a p

d) pětina dvojnásobku čísla a zmenšená o 1

17) Vypočítejte :

a) $(x+5) + (7x+9) + (-8x-4) =$

b) $(2x^5 + 3x^4 - 5x^3) - (3x^5 - 2x^4 - 6x^3 + 2x - 6) + (2x^4 - 3x^3 - 3x + 2) =$

c) $(5x^6 - x^4 + 5x^3) + (2x^5 - 4x^4 - 5x^3 + x + 4) + (2x^6 - x^5 + 3x - 1) =$

18) Vypočítejte :

a) $2(y-1) + 3(y-2) =$

b) $9(r^3 + 2r^2 - 6r + 3) - 2(r^4 - 3r^3 + 2r^2 - 5r - 2) =$

19) Vypočítejte :

a) $\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a \cdot \sqrt[4]{a}}} =$

Výsledky příkladů

1 a) 2^{10} ; b) $(-3)^6$; c) $3^4 a^4 b^4$; d) $20ab$; e) a^{-4} ;

2) a) $4.4.4$; b) $6.6.a.b.b.b.b$; c) $10 \cdot \frac{1}{a.a}$; d) $\frac{4.4.4.a.a}{b.b.b}$;

3 a) $2,89$, b) $3\,610\,000$, c) $0,0625$, d) $0,00000289$, e) $640\,000$, f) $0,0196$, g) 243 , h) $1,69$

ch) $-0,00032$ i) -16 , j) $\frac{16}{21}$, k) $-1\frac{91}{125}$, l) $4\,096$, m) $\frac{1}{16}$, n) $6\frac{1}{4}$, o) 16 , p) $1\frac{1}{8}$, r)

$\frac{1}{1024}$, s) 1 ,

4 a) $3^6 \cdot 2^{-13}$, b) $2^{-8} \cdot 3^{-8}$, c) $2^{12} \cdot 5^2$, d) $3^9 \cdot 2^{24}$,

5 a) -27 , b) -16 , c) 32 , d) $\frac{1}{32}$,

6 a) $(-2)^2 > -2^2$, b) $(-3)^3 = -3^3$, c) $-1^7 = -(1)^7$

7 a) $569\,373$, b) $2\,694\,699\,729$,

8 a) $0,12$, b) $10\sqrt{2}$, c) $3\,000$, d) $0,19$, e) $2,5$, f) $0,1$, g) $1,25$, h) 12 , ch) nemá řešení,

9 a) $\frac{61}{225}$, b) $19\frac{133}{200}$, c) $-2,89$,

10 a) 2 , b) 3 , c) 2 , d) 4 , e) a^3 , f) a , g) a^2 , h) nemá řešení, ch) 1 ,

11 a) $16a^4 + 10a + 5$, b) $2x^3 - 8x^2 + 4$, c) $1,3t^2$, d) $-24r^2 + 4r$, e) $-17a^2 + 11a$,

12 a) $18a^3b^3$; b) $2a^9b$ $b \neq 0$; c) $12a^3b^5c^2$; d) $-4^3a^{-3}b^2c^2$ $a \neq 0$; e) $1,4a^7bc^{-8}$ $a \neq 0$ $b \neq 0$ $c \neq 0$, f) $0,6c^{-8}d^2x^{-1}$ $a \neq 0$ $b \neq 0$ $c \neq 0$, g) $0,03x^{-1}y^{-3}$ $x \neq 0$ $y \neq 0$, h) $0,08a^{a+7-2x}b^{2x+2}$, i)

$0,6a^{\frac{5}{6}}b^{\frac{1}{20}}$ $a \geq 0$ $b \geq 0$, j) $3ab^{\frac{7}{12}}$ $a \geq 0$ $b \geq 0$, k) $3a^{\frac{4}{5}}$ $a \geq 0$, l) $0,4x^2y$ $x \geq 0$, m) $0,6x^{\frac{4}{2}}$ $x \geq 0$, n)

$-0,7x^{\frac{2}{12}}$ $x \geq 0$, o) $2x^{\frac{7}{12}}$ $x \geq 0$, p) 2 ,

13 a) 2^7 , b) $5\frac{1}{3}$, c) 0 ,

14 a) $(a+r)^8$, b) $(x-y)^{a+b}$, c) $-(a-4)^{10} = -(4-a)^{10}$, d) $(5-x)^7 = -(x-5)^7$,

e) $(a+1)^5$, f) $-(d+4)^{10}$, g) $(5x-2)^{4a-3}$, h) 1 ,

15 a) 7 , b) $(-5)^5$, c) $(-4)^{-2}$, d) $a^6 a \neq 0$, e) $-a a \neq 0$, f) $a^{-3} a \neq 0$,

g) $a^{-3} a \neq 0$, h) $a^{-7} a \neq 0$, i) $x^6 x \neq 0$, j) $a^{-2} a \neq 0$, k) $a^3 a \neq 0$, l) $x^4 x \neq 0$,

16 a) $6a^2 a \neq 0$, b) $5a a \neq 0$, c) $-5xy^3b^{-5}$ $x \neq 0$ $b \neq 0$, d) $0 a \neq 0$, e) $-\frac{1}{3}x^8 x \neq 0$,

f) $4x^{11} x \neq 0$, g) $\frac{13}{14}x^{13} x \neq 0$, h) $\frac{2}{3}x^{-6} x \neq 0$ $y \neq 0$, i) $0,5x^{10} x \neq 0$, j) $2,5a^7y^5z^{-3}$

$a \neq 0$ $x \neq 0$ $z \neq 0$,

17 a) $0,5a^2b^7c$ $a \neq 0$ $b \neq 0$ $c \neq 0$, b) $16\frac{2}{3}a^8b^{-3}c$ $a \neq 0$ $b \neq 0$ $c \neq 0$, c) $0,25x^2 x \neq 0$,

d) $10a^{a+2x}b^{2-3x}$ $a \neq 0$ $b \neq 0$, e) $15a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{7}{20}}$ $a > 0$ $b > 0$, f) $25\sqrt[5]{a^{-3}}b^{\frac{1}{4}}$ $a > 0$ $b \geq 0$

- g) $\frac{1}{3}\sqrt[4]{a^{-1}}$ $a > 0$, h) $0,1 x^{-1}y^{-1} x > 0$ $y \neq 0$, i) $60x^{-3\frac{1}{2}}$ $x > 0$, j) $7\sqrt[4]{x^{-1}}$ $x > 0$, k) $0,5\sqrt[12]{k^{-1}}$
 $k > 0$, l) $2\sqrt[3]{x^2}$ $x > 0$,
18 a) $(a+r)^2$ $a \neq -r$, **b)** $(x-y)^{a-b}$ $x \neq y$, **c)** $-(a-4)^4 = -(4-a)^4$ $a \neq 4$,
d) $(5-x)^{-1} = -(x-5)^{-1}$ $x \neq 5$, **e)** $(a+1)^{-1} a \neq -1$, **f)** $-1 d \neq -4$, **g)** $(5x-2)^{7-2a}$
 $x \neq \frac{2}{5}$, **h)** $(6a-5)^{2x-14}$ $a \neq \frac{5}{6}$, **i)** $9a^3 \cdot (v-2b)$ $a \neq 0$ $v \neq 2b$,
j) $-4x^7y^{-2} \cdot (2x+1)^2$ $x \neq 0$, $y \neq 0$, **k)** $-40x^7y^3 \cdot (2x+1)$ $x \neq 0$, $y \neq 0$, $x \neq -0,5$, **l)** $0,25y^{-2} \cdot (x-y)^{-3}$ $y \neq 0$, $x \neq y$,
19 a) $(3a-4)^6$, **b)** $(m+2a)^7$,
20 a) 100, **b)** 144, **c)** $\frac{1}{144}$, **d)** $4x^6y^2z^4$ $z \neq 0$, **e)** $-8x^9y^3z^{-6}$ $z \neq 0$,
f) $0,25x^{-6}y^{-2}z^4$ $x \neq 0$, $y \neq 0$, $z \neq 0$, **g)** $\frac{4}{9}a^2$, **h)** $-\frac{64}{125}a^9$ **i)** $\frac{256}{625}a^{12}$,
j) $-1\frac{61}{64}a^{-9}$ $a \neq 0$, **k)** $0,16a^6b^{-4}$ $b \neq 0$, **l)** $15\frac{5}{8}a^{-9}b^6$ $a \neq 0$ $b \neq 0$, **m)** $(x-5)^{-3}$ $x \neq 5$, **n)** $0,25 \cdot (a-2)^2$ $a \neq 2$, **o)** $\frac{(a-2)^6}{(a+1)^{12}}$ $a \neq -1$, **p)** $(x-y)^{12} \cdot (x+y)^8$ $x \neq y$,
r) $\frac{(a+1)^8}{(a-2)^6}$ $a \neq -1$ $a \neq 2$, **s)** $(x-y)^{-6} \cdot (x+y)^{-4}$ $x \neq -y$, $x \neq y$,
21 a) $1 \cdot 10^8 + 2 \cdot 10^7 + 4 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 3$
b) $5 \cdot 10^{11} + 1 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 2$
c) $2 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-3}$
22 a) 7 000 050 030,006, **b)** 7 050 600,001
23 a) $2,1454 \cdot 10^3$, **b)** $5 \cdot 10^{-1}$, **c)** $3,5421 \cdot 10^3$, **d)** $1,111111 \cdot 10^2$, **e)** 1,5,
24 a) $7,000050030006 \cdot 10^9$, **b)** $7,050600001 \cdot 10^6$.

Výsledky souhrnných cvičení

- 1 a)** $3^2 \cdot 2^{-4}$, **b)** $2^6 \cdot 3^{-3}$, **c)** $2^5 \cdot 3^{-2}$, **d)** $2^{39} \cdot 3^{45}$, **e)** $5^9 \cdot 2^{-7} \cdot 3^{-1}$
2 a) $a^{n+6} b^{7-n}$ $a \neq 0$ $b \neq 0$, **b)** $a^{5n-2} b^{n+1}$ $a \neq 0$ $b \neq 0$, **c)** nelze sčítat,
d) $a^{2-n} b^{5n-3}$ $a \neq 0$ $b \neq 0$,
3 a) $2 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 5 + 4 \cdot 10^{-1}$, **b)** $5 \cdot 10^{-1}$,
c) $3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 3 + 1 \cdot 10^{-1}$,
d) $1 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 1 + 1 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2} + 1 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-4}$ **e)** $1 + 5 \cdot 10^{-1}$
4 a) $1,24201603 \cdot 10^8$, **b)** $5,00001666002 \cdot 10^{11}$, **c)** $2,000000458 \cdot 10^6$,
5 a) 0,000225, **b)** 19 600 000 000, **c)** 0,0361, **d)** 3,24 **e)** 6 250 000,
f) 0,000121, **g)** 2 560 000, **h)** 0,00000025, **i)** 250 000, **j)** 128,
k) 0,0001, **l)** 0,000027, **m)** 3 200 000, **n)** 10^{12} , **o)** $\frac{1}{16}$, **p)** $\frac{1}{27 \cdot 10^6}$,
r) $39\frac{1}{16}$, **s)** $82\frac{78}{121}$, **t)** $\frac{1}{8}$,
6 a) $\frac{64}{125}$, **b)** $1\frac{61}{125}$, **c)** $\frac{36}{49}$, **d)** $-\frac{36}{49}$, **e)** $-1\frac{13}{36}$, **f)** $\frac{25}{81}$, **g)** $-\frac{25}{81}$,
h) $-3\frac{6}{25}$, **ch)** $\frac{25}{81}$, **i)** 2, **j)** 4, **k)** $\frac{125}{729}$, **l)** 2^9 , **m)** -2,
n) $2\frac{22}{25}$, **o)** $3^7 \cdot 2^{-8}$, **p)** 0, **r)** 1, **s)** -1,

- 7 a) 0,011 , b) 2 000 , c) $0,1 \cdot \sqrt{250}$, d) 0,15 , e) 2 , f) 1 , g) 0,125 ,
h) nejde , i) 1 ,
- 8 a) $c^2 d^5$ $c \geq 0$ $d \geq 0$, b) $x^3 y^2$ $x \geq 0$ $y > 0$, c) $10x^{\frac{1}{2}} y^2 z^{\frac{1}{2}}$ $x \geq 0$ $y \geq 0$ $z \geq 0$,
d) 0 $x \geq 0$, e) $5a$ $a > 0$, f) $2a$ $x \geq 0$, g) $4a^2$ $a \geq 0$, h) 0,75 ch) $1\frac{1}{3}$,
- 9 a) $12x^5 - 6x^4 + 5x^3 - 2x^2 - 0,8x + 13$, b) $7,4x^5 - 2x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 0,74x + 7$,
c) $1,77x^5 - 7,4x^4 + 0,6x^3 - 3,302x^2 + 6,6$, d) $2,7x^7 - 3,3x^6 + 2,77x^5 - 7,5x^4 + 26,7x^3 -$
 $- 13,52x^2 - 10,74x + 16$, e) $8,6(x+y)^2 - 3,9(x-y)^2$
- 10 a) 12^7 , b) $(-5)^9$, c) -0,25 , d) $2a^{10}$, e) $4a^6$, f) $-400a^7$, g) $4,2a^3 b^4 c^{-5}$ $a \neq 0$ $b \neq 0$
 $c \neq 0$, h) $6a^{-2} b^{-8} c^{-7} d^{-1} x$ $a \neq 0$ $b \neq 0$ $c \neq 0$ $d \neq 0$, ch) $6x^2 y^{-3}$ $x \neq 0$ $y \neq 0$,
i) $0,2x^{a+7-2x} y^{3x+2}$ $x \neq 0$, j) $-0,08 \sqrt[6]{a^5} b^{20} \sqrt[3]{b^3}$ $a \geq 0$ $b \geq 0$, k) $3h^{\frac{1}{30}} j^{\frac{11}{20}}$ $h > 0$ $j \geq 0$,
l) $15a^{\frac{3}{4}}$ $a \geq 0$, m) $0,2x^6 y \sqrt{x}$ $x \geq 0$, n) $-0,2x^2 \sqrt[12]{x^{11}}$ $x > 0$,
- 11 a) $(2a+4r)^{11}$, b) $(y-x)^{a+2}$, c) 1 , d) $(x-5)^{5n-1}$, e) $(a+1)^{5n+1}$,
f) $(d+4)^{x+6}$,
- 12 a) 12 , b) -5 , c) $(-4)^5$, d) $5a^6$ $a \neq 0$, e) $4a^2$ $a \neq 0$, f) $-a^{-3}$ $a \neq 0$,
g) $11a^2$ $a \neq 0$, h) $5a^7 y^5 z^{-3}$ $a \neq 0$ $x \neq 0$ $z \neq 0$, ch) $750 \sqrt[10]{a^{-1}} \sqrt[5]{b^3}$ $a > 0$ $b > 0$,
i) $625 \sqrt[5]{a^{-6}} \sqrt{b}$ $a > 0$ $b > 0$,
- 13 a) $(2a+4r)^{-1}$ $a \neq -2r$, b) $-(y-x)^{a-3}$ $y \neq x$, c) $(2a-b)^6$ $b \neq -2a$,
d) $(5-x)^{1-3n}$ $x \neq 5$, e) $(a+1)^{n-7}$ $a \neq -1$, f) $(d+4)^{9x-4}$ $d \neq -4$,
- 14 a) 2^{24} , b) 2^{-24} , c) $16x^4 y^{2a} z^{-6}$ $z \neq 0$, d) $(x-5)^4 \cdot (y-3)^4$ $y \neq 3$,
e) $(x-5)^{-15} \cdot (y-3)^6$ $x \neq 5$ $y \neq 3$, f) $0,04(x+2)^2$ $x \neq -2$,
- 15 a) $152 - 327$, b) 63.8 , c) $(36:4) \cdot (36+4)$, d) $(846+52) - (426:6)$,
- 16 a) $y-5$, b) $(x:5)+0,5$, c) $4p:2$, d) $\frac{2a}{5}-1$,
- 17 a) 10 , b) $-x^5 + 7x^4 - 2x^3 - 5x + 8$, c) $7x^6 + x^5 - 5x^4 + 4x + 3$,
- 18 a) $5y-8$, b) $-2r^4 + 15r^3 + 14r^2 - 44r + 31$,
- 19 a) $\sqrt[24]{a^{17}}$ $a \geq 0$