4. Lineární rovnice

4.1. Rovnost. Vlastnosti rovnosti.

Rovnost v aritmetice – vztah mezi dvěma číselnými výrazy
Př. $4 + 8 = 10 + 2$
Skládá se z : levé strany rovnosti
pravé strany rovnosti
rovnítka – znaku rovnosti

Nerovnost v aritmetice – vztah mezi dvěma číselnými výrazy
Př. $4 + 8 \neq 11 + 2$
Skládá se z : levé strany nerovnosti
pravé strany nerovnosti
nerovnítka – znaku nerovnosti (můžeme používat také znaky : $<$ $>$)

Vlastnosti rovnosti : a) reflexivnost – každý výraz se rovná sám sobě **a = a**
Př. $7 - 1 = 7 - 1$
b) symetričnost – **jestliže a = b, pak b = a**
Př. $8 + 4 = 10 + 2 \Rightarrow 10 + 2 = 8 + 4$
c) tranzitivnost – **jestliže a = b b = c, pak a = c**
Př. $7 + 1 = 8 \quad 8 = 9 - 1 \Rightarrow 7 + 1 = 9 - 1$

4.2. Lineární rovnice s jednou neznámou, její řešení a ekvivalentní úpravy

Rovnice v algebře – vztah mezi dvěma algebraickými výrazy
Př. $5x = 19 + 1$ rovnice s jednou neznámou
$5x = 19y + 1$ rovnice se dvěma neznánými (proměnnými)
$\underline{x}$ $\underline{y}$ - proměnné

$5x = 19 + 1$ - rovnice
x – neznámá
4 – řešení rovnice (kořen rovnice)

Řešení rovnice má význam : a) postupu
b) čísla (výsledek řešení)

Součástí řešení rovnice je zkouška, při které ověřujeme, zda-li při dosazení kořenu rovnice za neznámou do levé i pravé strany dostaneme rovnost.

Rovnice se skládá z : levé strany
pravé strany
rovnítka

Při řešení rovnice používáme tzv. ekvivalentních úprav :
1) přičtení, odečtení téhož čísla nebo výrazu s proměnnou k oběma stranám rovnice

2) vynásobení, vydělení obou stran rovnice stejným číslem nebo výrazem neznámou, který se nerovná nule

Na ekvivalentní úpravy rovnice můžeme upozornit vpravo od rovnice svislou čarou a naznačení realizovaného úkonu.

Doporučení : setkáme-li se v rovnici se závorkami a zlomky, tak nejdříve odstraňujeme závorky a pak zlomky.

Příklad : Vyřešte rovnici : a) 2x – 4 = 5 + 1 b) 9x -6.(x – 1) = 5.(x + 2) - 3

c) $\frac{3.\ 2x-5}{4}-\frac{x}{3}-\frac{1}{20}=\frac{4.\ 3x-2}{5}-\frac{2.\ 5x-3}{3}$

d) $\frac{2x-3}{3x+1}-\frac{x-1}{3x+1}=\frac{1}{4}$

a) 2x – 4 = 5 + 1
2x – 4 = 6 / + 4
2x – 4 + 4 = 6 + 4
2x = 10 / : 2
x = 5

Zkouška : L = 2.5 – 4 = 6 P = 5 + 1 = 6 L = P

b) 9x -6.(x – 1) = 5.(x + 2) – 3
9x – 6x + 6 = 5x + 10 – 3
3x + 6 = 5x + 7 / - 3x
6 = 2x + 7 / - 7
-1 = 2x / . 2
- 0,5 = x
x = - 0,5

Zkouška : L = 9. (-0,5) – 6.[(- 0,5 - 1] = -4,5 -6 . (-1,5) = -4,5 + 9 = - 4,5
P = 5. [(-0,5)+ 2] – 3 = 5. (1,5) – 3 = 7,5 – 3 = 4,5
L = P

c) $\frac{3.\ 2x-5}{4}-\frac{x}{3}-\frac{1}{20}=\frac{4.\ 3x-2}{5}-\frac{2.\ 5x-3}{3}$

$\frac{6x-15}{4}-\frac{x}{3}-\frac{1}{20}=\frac{12x-8}{5}-\frac{10x-6}{3}$ /.60

15.(6x – 15) – 20x - 3 = 12.(12x – 8) – 20.(10x – 6)
90x – 225 – 20x – 3 = 144x – 96 – 200x + 120
70x – 228 = -56x + 24 /56x
126 x – 228 = 24 /+ 228
126x = 252 / : 126
x = 2

Zkouška : $L=\frac{3.\ 2.2-5}{4}-\frac{2}{3}-\frac{1}{20}=\frac{3.\ -1}{4}-\frac{2}{3}-\frac{1}{20}=\frac{-45-40-3}{60}=-\frac{88}{60}=-\frac{22}{15}=-1\frac{7}{15}$

P = $\frac{4.\ 3.2-2}{5}-\frac{2.\ 5.2-3}{3}=\frac{4.4}{5}-\frac{2.7}{3}=\frac{16}{5}-\frac{14}{3}=\frac{48-70}{15}=-\frac{22}{15}=-1\frac{7}{15}$

d) $\dfrac{2x-3}{3x+1}-\dfrac{x-1}{3x+1}=\dfrac{1}{4}$ / .4.(3x + 1)

4.(2x – 3) – 4.(x – 1) = 3x + 1

8x – 12 – 4x + 4 = 3x + 1

4x – 8 = 3x + 1

x = 9

Zkouška : L = $\dfrac{2.9-3}{3.9+1}-\dfrac{9-1}{3.9+1}=\dfrac{15}{28}-\dfrac{8}{28}=\dfrac{7}{28}=\dfrac{1}{4}$

P = $\dfrac{1}{4}$ L = P

Příklad 1 : Řešte rovnici :

a) 4,9 + x = 12,3 – 1,8

b) $x-3\dfrac{3}{7}=1\dfrac{2}{3}-\dfrac{5}{7}$

c) 0,8 + x = 5,5 . 1,4

d) – 7 = x + 11

e) 0 = x + 3,5

f) 5.(x – 2) +3 = 4.(x + 6) – 25

g) 2.(x + 3) – 4 = 3 .(x – 1) + 2

h) 7.(x –1) + 5.(-x + 3) = 4

ch) 2.(8 – x) +5.(x – 2) = -12

i) $-4\ .\left(-2\dfrac{1}{3}\right)=3\dfrac{5}{6}+x$

j) $-3\dfrac{1}{2}x+4,3=8,7-2\dfrac{1}{2}x$

k) $4.\left(2x-7\dfrac{2}{5}\right)=9.\ x-0,3$

l) $3.\left(8\dfrac{1}{2}-3\dfrac{1}{3}x\right)+2.\ 5,5x-7\ =0$

m) $8x-\ 2x+5\ +1=5.\ x-1$

n) 10x -2.(3x – 7) + 1,4 = 3x + 19

o) $-6,5=\dfrac{x}{-\frac{1}{2}}$

p) 10x – (3x – 2) -7.(4 + 5x) + 12 = 0

r) 19,1x – (17,6x – 5,1) = -2,4 + x

s) $0,7^2$ -5.(0,2x – 1) = 2.(4 – 0,6x)

t) (3y –7).(9 + 4y) = (6y – 1).(5 + 2y)

u) (6x – 3).(5 + 4x) = (12x – 5).(2x + 1)

v) (8x –1).(5 + 2x) = $(4x + 5)^2$

w) (9x – 2).(4x – 8) = $(6x – 2)^2$

x) $12-8.\ 3x-5x.\ 2-x\ =8x.\ 7-5x$

z) $13-3.\ 5-7.\ 6+8x\ =6.\ 4+3x$

Příklad 2 : Řešte rovnici :

a) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{x}{3}=14$

b) $\dfrac{7x}{8}-\dfrac{4x}{5}=3$

c) $2\dfrac{1}{3}=\dfrac{5x}{12}-\dfrac{3x}{8}$

d) $\dfrac{3x}{4}-5=\dfrac{x}{5}$

e) $\dfrac{2x}{3}+\dfrac{8}{15}=6-\dfrac{4x}{5}$

f) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{x}{3}+\dfrac{x}{4}=4\dfrac{1}{3}$

g) $\dfrac{x}{3}-1=x+2$

h) $13+\dfrac{4}{9}x=x+8$

ch) $\dfrac{5x}{8}-\dfrac{x}{2}-1=\dfrac{3x}{8}+2$

i) $\dfrac{x}{2}-4+\dfrac{2x}{3}-\dfrac{x}{5}=x-3,5$

j) $\dfrac{11x-8}{3}=12$

k) $-8=\dfrac{5x-2}{3}$

l) $\dfrac{5-x}{7}=\dfrac{7-x}{5}$

m) $\dfrac{5x-12}{9}=x-12$

n) $\dfrac{3,3x+0,8}{5}=\dfrac{x}{2}$

o) $\dfrac{4x-1}{-11}=\dfrac{1}{3}$

p) $2x-\dfrac{x-3}{3}+1=2x+\dfrac{x-1}{2}+1$

r) $x-1\ -\dfrac{x-1}{2}=1+\dfrac{x-1}{3}$

s) $-\dfrac{1}{2x}+\dfrac{2}{3x}+\dfrac{3}{4x}=2$

t) $7\dfrac{1}{2}$ x - $\dfrac{2}{3}$ = 11,5x + $\dfrac{1}{3}$

u) $5\dfrac{2}{3}$ x - $\dfrac{3}{2}$ = $4\dfrac{1}{6}$ x + $\dfrac{1}{2}$

v) $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{x+4}{7}$

w) $\dfrac{x-2}{9}=\dfrac{x+3}{4}$

x) $\frac{x+3}{4}-\frac{x-5}{3}=2$

z) $\frac{x-4}{8}-\frac{x+5}{10}=-1$

Příklad 3 : Řešte rovnici :

a) $\frac{5x-3}{2}-\frac{1-7x}{3}=4x-1$

b) $\frac{8x-1}{5}-\frac{3-2x}{4}=2x-1$

c) $\frac{3x-8}{6}-\frac{6-3x}{5}=x-\frac{5}{2}$

d) $\frac{2-5x}{2}-\frac{3-7x}{5}=1-\frac{x+6}{10}$

e) $\frac{6+7x}{3}-\frac{5x-3}{6}=2-\frac{x+3}{2}$

f) $\frac{2x-5}{6}+\frac{x+3}{4}=\frac{3-x}{3}-\frac{6-7x}{8}$

g) $\frac{1-3x}{2}+\frac{2x-3}{4}=\frac{5-x}{6}-\frac{4x-8}{3}$

h) $28-10x=1-\ \ 6x-\ \ 9x+8\ \ -4.\left[1{,}5x-\ \ 1-x\ \ \right]$

i) $\frac{x}{3}+\frac{1}{3}.\left\{\frac{x}{4}-\frac{1}{5}.\left[\frac{x}{6}+\frac{1}{7}.\left(\frac{x}{8}-1\right)\right]\right\}=\frac{x}{3}+\frac{x+8}{15}$

j) $\frac{2x-1}{5}=3+\frac{1-3x}{4}$

k) $\frac{s+3}{5}=8-\frac{s-1}{4}$

l) $\frac{2x+7}{4}=\frac{3}{4}+\frac{x+1}{3}$

m) $\frac{2x+1}{4}+\frac{x-2}{6}=3$

n) $\frac{2c-1}{5}-\frac{1+c}{2}=1$

o) $\frac{n}{2}-\frac{5n+4}{3}=\frac{4n-9}{3}$

p) $\frac{x-10}{2}=2-\frac{5x-2}{7}$

q) $\frac{4y+3}{3}-\frac{1}{3}=1-\frac{5-5y}{6}$

r) $\frac{3u-1}{4}-\frac{4u-1}{6}=\frac{1}{2}$

s) $4-\frac{7-3t}{5}=3-\frac{3-7t}{10}+\frac{t+1}{2}$

t) $z-\frac{\frac{1}{2}-\frac{3z}{4}}{2}=2+\frac{z-\frac{z}{4}}{3}$

u) $\frac{\frac{a}{3}-\frac{a}{4}}{1\frac{1}{2}}=\frac{\frac{2a}{3}}{\frac{1}{2}}+2\frac{5}{9}$

Příklad 4 : Řešte rovnici v oboru přirozených čísel :

a) $x+\frac{2x-1}{3}=\frac{x+3}{5}-\frac{3-7x}{5}$

b) $\frac{4.\ \ x-4}{3}+14=\frac{6.\ \ 2x-3}{5}-\frac{3x+13}{4}$

c)
$2.\left(\frac{3x-1}{4}-1{,}5\right)-\left(\frac{1+x}{4}+1\right)=\frac{1+5x}{7}-1{,}5.\ \ x+1$

d) $4.\ \ x+1\ \ -\frac{5x+1}{2}-\frac{5x-11}{4}=\frac{x-1}{3}-\frac{2.\ \ 1-4x}{9}$

e) $\frac{5x-3}{2}-\frac{1-7x}{3}=4x-1$

f) $\frac{3x+7}{5}-\frac{8-x}{3}=x-1$

4.3. Počet řešení lineární rovnice

Lineární rovnice může mít : a) jedno řešení – podkapitola 3.2
b) nemá řešení – neexistuje kořen rovnice
c) nekonečně mnoho řešení

Příklad : Řešte lineární rovnici : a) 2.(3x-2) = 2.(3x + 1)
b) 3. (x + 2) – 1 = 5.(x + 1) – 2x

a) $2.(3x - 2) = 2.(3x + 1)$

$6x - 4 = 6x + 2$

$-4 \neq 2$ rovnice nemá řešení

b) $3.(x + 2) - 1 = 5.(x + 1) - 2x$

$3x + 6 - 1 = 5x + 5 - 2x$

$3x + 5 = 3x + 5$

$0 = 0$ rovnice má nekonečně mnoho řešení

Příklad 5 : Řešte rovnici v oboru reálných čísel :

a) $\frac{x}{3}+\frac{7}{10}=\frac{25x+6}{30}-\frac{x-1}{2}$

b) $6.\left(\frac{1}{6}+x\right)-7\frac{1}{2}=2.\left(\frac{1}{3}-3x\right)$

c) $\frac{2x+3}{2}-5x=1\frac{1}{6}-\frac{12x-1}{3}$

d) $\frac{7x+9}{8}-\frac{7-x}{6}-x=\frac{3-x}{2}-\left(\frac{7-x}{3}-\frac{3+x}{4}\right)$

e) $\frac{9x-\frac{7}{10}}{4}-\frac{7x-1\frac{1}{10}}{3}=\frac{5.\left(x-\frac{3}{10}\right)}{7}-\frac{5.\left(\frac{2}{5}-2x\right)}{6}$

f) $\frac{5x+1}{4}+\frac{x-1}{6}+\frac{5x-11}{8}=2.\ x+1\ -\frac{4x-1}{9}$

g) $3x-\frac{2-\frac{x}{4}}{3}=2.(x+1)+\frac{1-\frac{3x}{2}}{4}$

h) $19x-4.\left[x+2.\ x+1\ \right]=3x-2.\left[x-3.\ x+1\ +7\right]$

Příklad 6 : Řešte rovnici :

a) $\frac{3x-10}{3}-\frac{x}{2}-\frac{2x-13}{6}=0$

b) $\frac{6-x}{4}-3=\frac{2x+6}{7}-\frac{x+4}{2}$

c) $1-\frac{7x-4}{9}-\frac{5-3x}{6}=\frac{x}{3}$

d) $\frac{4x-6}{5}-\frac{3x-8}{4}=\frac{x-4}{20}+1$

e) $\frac{1-3x}{2}+\frac{3x+11}{8}=1-\frac{5x-3}{4}$

f) $\frac{2-x}{3}-\frac{x+8}{8}+\frac{5x+2}{6}=\frac{3x-4}{4}-2$

g) $\frac{3-2x}{4}+\frac{x+9}{3}-\frac{2x+10}{2}-\frac{1-5x}{4}=-1$

h) $\frac{7x+6}{5}+\frac{2-5x}{2}=2+\frac{11x-4}{6}-\frac{8x-1}{3}$

i) $x-\frac{2x-9}{3}-5=\frac{x-7}{2}-\frac{2x-19}{9}$

j) $\frac{2x}{3}-\frac{5x+8}{4}-2=\frac{6-3x}{8}-\frac{x+20}{4}$

k) $x-\frac{5x-6}{7}-\frac{2-7x}{4}=\frac{2x+1}{2}-\frac{1}{7}$

l) $\frac{6-4x}{3}+\frac{8x+3}{6}-\frac{6x-5}{9}=1-\frac{4x+9}{6}$

m) $\frac{5x-4}{6}-2=\frac{4-2x}{3}+\frac{3x-8}{2}$

n) $\frac{9x-2}{5}-\frac{3x+1}{10}-\frac{2x-5}{4}=0,5.(2x+7)$

4.4. Vyjádření neznámé ze vzorce

Příklad : Z výrazu x = a.(1 – b.c) vyjádřete : a) a b) b

a) $x = a.(1 - b.c)$

$\frac{x}{1-b.c} = x$ kde $b.c \neq 0 \Rightarrow b \neq 0 \quad c \neq 0$

$x = \frac{x}{1-b.c}$

b) $x = a.(1 - b.c)$

$\frac{x}{a} = 1 - b.c$ kde $a \neq 0$

$\frac{x}{a} - 1 = -bc$

$\frac{x-a}{a} = -bc$ $c \neq 0$

$\frac{\frac{x-a}{a}}{c} = -b$

$-b = \frac{x+a}{a.c}$

$b = -\frac{x+a}{a.c}$

Příklad 7 : Ze vzorce pro výpočet :

a) obsah trojúhelníka vyjádřete výšku
b) obsahu lichoběžníka vyjádřete základnu a
c) obsahu lichoběžníka vyjádřete základnu c
d) obsahu lichoběžníka vyjádřete výšku
e) obsahu lichoběžníka vyjádřete střední příčku
f) objemu válce vyjádřete poloměr podstavy
g) objemu válce vyjádřete výšku válce
h) povrchu krychle hranu a
ch) povrchu válce vyjádřete výšku válce
i) objemu kvádru vyjádřete hranu c
j) povrchu kvádru vyjádřete hranu c
k) obsahu kruhu vyjádřete poloměr
l) obsahu kruhu vyjádřete průměr
m) tělesové úhlopříčky krychle vyjádřete hranu krychle

Příklad 8 : Ze vztahu x = 3a + 2ab – 4ac vyjádřete : a) a b) b c) c

Příklad 9 : Ze vztahu 3x + 2y – 6ax + 3ay = b vyjádřete : a) a b) x c) y

Příklad 10 : Ze vztahu $2x^2 + 4y - 3ay - 5d = z$ vyjádřete : a) a b) y c) x d) d

4.5. Slovní úlohy

4.5.1. Obecné slovní úlohy

Příklad : Otci je 26 let, jeho synovi je 6 let. Za kolik let bude otec třikrát starší jež jeho syn ?

1. fáze : zápis

Bude to za ……………		x let.
Nyní je………………..		za x bude
Otci	26	26 + x
Synovi	6	6 + x

2. fáze : sestavení rovnice a její řešení :

Za x let bude platit : 26 + x = 3.(x + 6)
26 + x = 3x + 18
2x = 8
x = 4

zkouška rovnice L = 26 + 4 = 30 P = 3.(4 + 6) = 3 . 10 = 30 L = P

3. fáze : zkouška slovní úlohy :

	Nyní je	za 4 roky bude	
Otci	26	26 + 4 = 30	
Synovi	6	6 + 4 = 10	výpočet odpovídá podmínkám příkladu

4. fáze : odpověď

Otec bude za 4 roky třikrát starší než jeho syn.

Příklad : Ochránci přírody vyčistili během tří dnů potok. První den vyčistili jednu třetinu, druhý den jednu třetinu ze zbývající části potoka a třetí den vyčistili potok v délce 8 km. Jak dlouhý je potok?

1. fáze : zápis

Potok je dlouhý x km.

1. den ………… $\frac{x}{3}$

2. den ………… $\frac{\frac{2x}{3}}{3} = \frac{2x}{9}$

3. den …………8

2. fáze : sestavení rovnice a její řešení :

$$\frac{x}{3} + \frac{2x}{9} + 8 = x$$

$$3x + 2x + 72 = 9x$$

$$4x = 72$$

$$x = 18$$

zkouška : L = $\frac{18}{3} + \frac{2.18}{9} + 8 = 6 + 4 + 8 = 18$ P = 18 L = P

3. fáze : zkouška slovní úlohy :

1. den …………6 km
2. den ………… 4 km
3. den ………… 8 km

celkem 18 km výpočet odpovídá podmínkám příkladu

4. fáze : odpověď

Potok je 18 kilometrů dlouhý.

Příklad : Dvojciferné číslo má na místě jednotek číslici 8. zaměníme-li pořadí číslic, dostaneme číslo, které je o 45 větší než původní číslo. Určete jaké to bylo číslo ?

1. fáze : zápis

původní dvojciferné číslo má tvar *x8*

zaměníme-li pořadí číslic dostaneme číslo, které má tvar *8x*

tvar *x8* můžeme desetinným rozkladem zapsat 10.x + 8

tvar *8x* můžeme desetinným rozkladem zapsat 8.10 + x zaměněné číslo je o 45 větší než původní

2. fáze : sestavení rovnice a její řešení :

$$8.10 + x - 45 = 10.x + 8$$
$$9x = 27$$
$$x = 3$$

zkouška rovnice $L = 8.10 + 3 - 45 = 83 - 45 = 38$ $P = 10.3 + 8 = 38$ $L = P$

3. fáze : zkouška slovní úlohy :

$38 = 83 - 45$ výpočet odpovídá podmínkám příkladu

4. fáze : odpověď

Hledané číslo je 38.

Příklad 11 : Ve školní třídě tvoří chlapci 20 % všech žáků, 15 dívek představuje 75 % všech dívek. Kolik žáků je ve třídě? Kolik chlapců a kolik děvčat má třída,

Příklad 12 : Součet dvou lichých po sobě jdoucích čísel je 68. Která čísla to jsou ?

Příklad 13 : V první nádobě je 26 litrů vody a ve druhé 7 litrů. Do obou nádob chceme přidat stejné množství vody tak, aby bylo ve druhé nádobě třikrát méně vody než v první. Jaké množství musíme přidat ?

Příklad 14: Peněžní sbírka v jisté společnosti má vynést určitou částku. Kdyby každý účastník dal 75.- Kč, bude chybět 440.- Kč. Dá-li každý účastník 80.- Kč, pak stejná částka bude přebývat. Kolik lidí se zúčastnilo sbírky ?

Příklad 15 : Tři brigádníci dostali za práci dohromady 5 700.- Kč. První dostal o 20 % méně než druhý a třetí dostal o 100.- Kč více než druhý. Kolik dostal každý z nich?

Příklad 16 : Maminka koupila v tržnici brambory, cibuli a pomeranče. Za cibuli zaplatila o 11.- Kč méně než za pomeranče a za brambory o 5.- Kč méně než za cibuli. Dohromady zaplatila za nákup 51.- Kč. Kolik korun stály brambory, kolik cibule a kolik pomeranče?

Příklad 17 : Při zalesňování bylo během tří dnů vysázeno 2 950 stromků. Druhý den bylo vysázeno o 200 stromků více než první den, třetí den o 15 % více než druhý den. Kolik stromků bylo vysázeno v jednotlivých dnech?

Příklad 18 : Cyklista na třídenním výletu ujel první den 40 % celkové trasy, druhý den $\frac{5}{8}$ zbytku, třetí den pouze 27 kilometrů. Jak dlouhá byla jeho cesta celkem a kolik kilometrů ujel v jednotlivých dnech ?

Příklad 19 : Petr musí co nejdříve vrátit vypůjčenou knihu. Spočítal si, že když každý den přečte 15 stran, odevzdá ji včas. Podařilo se mu ale přečíst denně 18 stran, a tak knihu odevzdal o dva dny dříve. Kolik stran měla kniha?

Příklad 20 : Kanystr s benzínem má hmotnost 10,5 kg. Odlijeme-li 60% benzínu do nádrže auta, bude mít kanystr hmotnost 5,7 kg. Jakou hmotnost má prázdný kanystr?

Příklad 21 : Ve společnosti devadesáti osob je čtyřikrát více mužů než žen. Dětí je o 10 víc než dospělých. Kolik je mužů, žen a dětí ?

Příklad 22 : Každý účastník večírku má zaplatit 250.- Kč. Pět účastníků odešlo bez placení. každý ze zbývajících přítomných tak zaplatí 300.-Kč. Kolik bylo původně účastníků večírku?

Příklad 23 : Nádoba byla do třetiny naplněna vodou. Když se z ní odlilo 7 litrů vody, zůstala naplněna do čtvrtiny. Kolik litrů vody se vejde do nádoby?

Příklad 24 : Tři sourozenci měli našetřeno 1 274.- Kč. Petr měl o 15% víc než Jirka a Hanka o 10 % méně než Petr. Kolik korun měl každý z nich ?

Příklad 25 : Cyklista ujel první den dvě pětiny cesty, druhý den o 5 km méně než první den a celkem urazil tři čtvrtiny cesty. Kolik kilometrů mu zbývá do cíle ?

Příklad 26 : Čtyřem osobám byly vypláceny prémie tak, že každá následující osoba dostala dvojnásobek toho, co dostala osoba předcházející. Vypočtěte, kolik korun prémií dostala každá osoba, jestliže celkem na všechny čtyři prémie bylo vyplaceno 2 625.- Kč.

Příklad 27 : Když řidič pohlédl na ukazatel ujetých kilometrů, bylo tam číslo 15 951. Řidič si všiml, že počet ujetých kilometrů je vyjádřen symetrickým číslem – tj. takovým, které zůstává stejné, ať se čte zleva nebo zprava. Za dvě hodiny spatřil řidič na ukazateli další symetrické číslo. Určete, jakou průměrnou rychlostí jel řidič tyto dvě hodiny. Uvažujte pouze průměrné rychlosti do 90 km/hod.

Příklad 28 : Hlupák Lenošivý odmítal cokoliv dělat a jen přemýšlel, jak snadno vydělat peníze. Nakonec se dohodl s čertem. Když přejde Hlupák most, množství peněz, které má v kapse, se mu zdvojnásobí, ale čertu musí odevzdat po každém přechodu 24 zlatek. Hlupák na to přistoupil. Ke svému zděšení zjistil, že když přešel most potřetí a odevzdal čertu 24 zlatek, neměl v kapse už vůbec nic. Čert se zachechtal a zmizel. Kolik zlatek měl Hlupák Lenošivý původně v kapse?

Příklad 29 : Palivová nádrž auta má objem 42 litrů. Auto spotřebuje 6,5 litrů na 100 km jízdy. Na počátku výletu v délce 350 km byla nádrž naplněna ze tří čtvrtin. kolik paliva zůstalo v nádrži na konci výletu?

Příklad 30 : Prodavač měl několik losů. Třetinu prodal prvnímu zákazníkovi a třetinu zbylých dalšímu zájemci. Zbylo mu 6 losů. Kolik jich měl původně?

Příklad 31 : Čtvrt hodiny před zahájením vernisáže byly přítomny ve výstavní síni $\frac{2}{7}$ pozvaných osob. Po deseti minutách se dostavily ještě $\frac{3}{4}$ z ostatních pozvaných osob. Krátce před začátkem vernisáže odešli 3 účastníci. Vernisáže se zúčastnily $\frac{4}{5}$ pozvaných osob. Kolik lidí bylo pozváno na vernisáž?

Příklad 32 : Ve třech nádobách jsou celkem 22 litry mléka. V první nádobě bylo o 6 litrů více než ve druhé. Po přelití 5 litrů z první nádoby do třetí je ve druhé a třetí nádobě stejné množství mléka. Kolik litrů mléka bylo původně v první nádobě?

Příklad 33 : Dvojciferné číslo má na místě jednotek číslici o 6 větší než na místě desítek. Zaměníme-li pořadí číslic, dostaneme číslo o 54 větší, než je číslo původní číslo. Jaké to bylo řešení ?

Příklad 34 : Trojmístné číslo má na místě desítek číslici 6. Převrátíme.li pořadí číslic a vzniklé trojmístné číslo sečteme s původním číslem, dostaneme součet 1837. Jaké bylo původní číslo ?

Příklad 35 : Trojmístné číslo má na místě desítek číslici 6. Převrátíme-li pořadí číslic a vzniklé trojmístné číslo odečteme od původního čísla, dostaneme rozdíl 594. Jaké bylo původní číslo ?

Příklad 36 : Výkony dvou čerpadel jsou v poměru 1,2 : 1,8. Prvním čerpadlem se za 3 hodiny přečerpá 540 hl kapaliny. Kolik hl kapaliny se přečerpá oběma čerpadly za 5 hodin ?

Příklad 37 : Vašek má dvakrát více sester než bratrů a jeho sestra má tolik bratrů, kolik má sester. Urči počet Vaškových sourozenců ?

Příklad 38 : Skupina turistů byla na třídenním výletě a ušla 42 km. První den ušla dvakrát více než třetí den a druhý den o 4 km více než třetí den. Kolik kilometrů ušla skupina v jednotlivých dnech ?

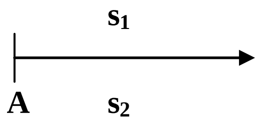
Mezi slovními úlohami mají zvláštní místo slovní úlohy na : a) pohyb,
b) společnou práci,
c) směsi.

Mnohé z nich lze řešit lineární rovnicí o jedné neznáme. K některým těmto rovnicím se však vrátíme při procvičování soustavy dvou rovnic o dvou neznámých, pomocí kterých lze tyto slovní úlohy také řešit.

4.5.2. Slovní úlohy na pohyb

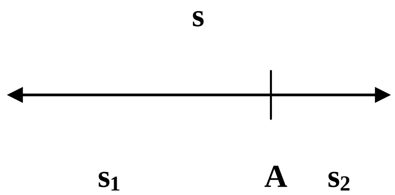
Při řešení slovních úloh na pohyb se setkáváme nejčastěji s těmito situacemi.

a) dva objekty se pohybují ze stejného místa stejným směrem : dráha prvního se rovná dráze druhého,



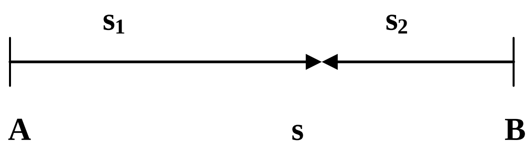
$s_1 = s_2$

b) dva objekty se pohybují ze stejného místa opačným směrem : v každém okamžiku se součet jejich drah rovná jejich okamžité vzdálenosti,



$s_1 + s_2 = s$

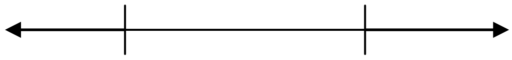
c) dva objekty se pohybují ze dvou různých míst směrem k sobě a setkají se : vzdálenost výchozích míst se rovná součtu drah absolvovanými oběma objekty,



$s_1 + s_2 = s$

d) dva objekty se pohybují ze dvou různých míst opačnými směry : součet vzdálenosti obou míst a drah, které urazily oba objekty v daném okamžiku, se rovná okamžité vzdálenosti obou objektů.

s_1 s_3 s_2



A B

$s_1 + s_2 + s_3 = s$

Dále budeme využívat našich znalostí z fyziky : dráha = rychlost krát čas $s = v \cdot t$

Příklad : Za chodcem jdoucím průměrnou rychlostí 5 km/hod vyjel z téhož místa o 3 hodiny později cyklista průměrnou rychlostí 20 km/hod. Za jak dlouho dohoní cyklista chodce?

1. etapa – zápis v podobě tabulky

	čas	rychlost	dráha
chodec	x	5	5x
cyklista	x-3	20	20.(x – 3)

2. etapa – sestavení rovnice a její vyřešení

$$5x = 20.(x - 3)$$
$$5x = 20x - 60$$
$$15x = 60$$
$$x = 4$$

Zkouška : L = 5 . 4 = 20 P = 20. (4 – 3) = 20 L = P

3. etapa – zkouška slovní úlohy :

a) cyklista jel o 3 hodiny méně, protože 4 – 1 = 3

b) dráha chodce je stejná jako dráha cyklisty, protože 5.4 = 20.1

4. etapa – odpověď : Cyklista dohoní chodce za jednu hodinu.

Příklad 39 : Z Kutné Hory směrem ke Kolínu vyjel v 6 hodin 30 minut cyklista A průměrnou rychlostí 12 km/hod.. V 7 hodin 40 minut vyjel z téhož místa opačným směrem na Čáslav cyklista B rychlostí 18 km/hod. V kolik hodin bude vzdálenost mezi cyklisty 79 km. Výsledek udejte v hodinách a minutách. Jak daleko od Kutné Hory bude v téže době cyklista B ?

Příklad 40 : Cesta kolem, přehrady je dlouhá 8 km. Z jednoho místa současně vyběhl běžec průměrnou rychlostí 12 km/hod. a opačným směrem vyjel cyklista. Určete průměrnou rychlost cyklisty, potká-li se s běžcem za 15 minut.

Příklad 41 : Auto ujelo vzdálenost za 4 hodiny. Kdyby byla průměrná rychlost auta o 17 km/hod větší, ujelo by tuto vzdálenost o hodinu dříve. Určete původní průměrnou rychlost a vzdálenost obou míst.

Příklad 42 : Kamion jede po dálnici z Prahy do Bratislavy průměrnou rychlostí 72 km/hod. V okamžiku, kdy je kamion od Prahy 54 km, vyjíždí z Prahy osobní auto jedoucí také do Bratislavy a jeho průměrná rychlost je 90 km/ hod. Za jakou dobu a v jaké vzdálenosti od Prahy dohoní osobní auto kamion?

Příklad 43: Jiráskovi jeli autem na dovolenou do Itálie. Po 10 minutách jízdy se na 20 minut zastavili na odpočívadle a opravovali auto. Jejich syn zjistil, že zapomněli vzít cestovní pasy a vydal se za nimi na motocyklu přesně za 30 minut po jejich odjezdu. Jakou průměrnou rychlostí musel jet, když je dohonil po ujetí 132 kilometrů a auto jelo průměrnou rychlostí 72 km/hod ?

Příklad 44 : Nákladní auto vozí na stavbu písek. Jezdí-li průměrnou rychlostí 30 km/hod, trvá mu jedna cesta půl hodiny. Jakou rychlostí by muselo auto jezdit, aby zkrátilo každou jízdu o pět minut ?

Příklad 45 : Turista šel $\frac{1}{3}$ cesty rychlostí 4,5 km/hod, 0,4 cesty rychlostí 4 km/hod a zbývající 4 km rychlostí 5 km/hod. Kolik kilometrů ušel a jak dlouho mu trvala cesta? Čas počítejte ve zlomcích hodiny.

Příklad 46 : Z křižovatky dvou navzájem kolmých silnic odjíždí ve stejném okamžiku osobní automobil průměrnou rychlostí 96 km/hod a nákladní auto průměrnou rychlostí 72 km/hod. Každé auto jede po jiné silnici. Určete přímou vzdálenost aut po 5 minutách jízdy.

4.5.3. Slovní úlohy na společnou práci

Příklad : Petr poseče louku sám za 6 hodin a Pavel za 4 hodiny. Za jak dlouho ji posečou společně? Protože je potřeba louku posekat za 1,5 hodiny, tak jim pomůže Zdeněk. Za jak dlouho on sám poseče louku ?

a)

1. etapa - zápis   společně louku posečou za x hodin

Petr poseče louku za 6 hodin

Petr poseče za hodinu $\frac{1}{6}$ (louky)

Petr poseče za x hodin $\frac{x}{6}$ (louky)

Obdobná úvaha pro Pavla.

Společně posečou celou louku 1 (louky)

2. etapa – sestavení rovnice a její vyřešení :

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{4}=1$$

$$x = 2{,}4 \text{ (hodiny)}$$

Zkouška rovnice : $L = \frac{2,4}{6}+\frac{2,4}{6}=0,4+0,6=1$ P = 1 L = P

3. etapa – zkouška slovní úlohy :

Zkouška slovní úlohy je stejná jako zkouška rovnice.

4. etapa – odpověď .

Petr s Pavlem společně posečou louku za 2,4 hodiny.

b)

1. etapa – zápis   Zdeněk poseče louku sám za y hodin

Zdeněk za hodinu poseče $\frac{1}{y}$ (louky)

Zdeněk poseče za dobu společné práce $\frac{1,5}{y}$ (louky)

2. etapa – sestavení rovnice a její řešení :

$$\frac{1,5}{6}+\frac{1,5}{4}+\frac{1,5}{y}=1$$

$$y = 4 \text{ (hodiny)}$$

Zkouška rovnice : $L = \frac{1,5}{6}+\frac{1,5}{4}+\frac{1,5}{4}=1$ P = 1 L = P

3. etapa – zkouška slovní úlohy :
Zkouška slovní úlohy je stejná jako zkouška rovnice.
4. etapa – odpověď :
Zdeněk sám poseče louku za 4 hodiny.

POZOR : obecný tvar rovnice na společnou práci

$$\frac{doba společné práce 1. objektu}{doba za kterou práci udělá 1. objekt} + \frac{doba společné práce 2. objektu}{doba za jak dlouho udělá práci 2. objekt} = 1$$

POZNÁMKA : případ kdy doba společné práce není stejná :

Druhý dělník začne pracovat o 2 hodiny později (nebo měl přestávku)

x – je doba práce na společném díle prvního dělníka $\frac{x}{6} + \frac{x-2}{4} = 1$ nebo

y – je doba práce na společném díle druhého dělníka $\frac{y+2}{6} + \frac{y}{4} = 1$

Obě řešení jsou správná, ale x vyjde o 2 větší než y, protože obě veličiny vyjadřují něco jiného.

Příklad 47 : Dětský bazén se naplní jedním přítokem za 5 hodin, druhým přítokem za 7 hodin. Za kolik hodin se naplní oběma přítoky současně? Výsledek vyjádřete v hodinách a minutách.

Příklad 48 : Dělník A by splnil daný úkol za 12 hodin, dělník B za 10 hodin. Protože práce měla být splněna za 4 hodiny, přibrali ještě dělníka C. Za kolik hodin by splnil daný úkol dělník C sám ?

Příklad 49 : Dělník Adam může splnit úkol za 40 hodin, dělník Bláha za 30 hodin. Na daném úkolu začali pracovat společně. Po jisté době byl dělník Bláha odvolán a dělník Adam dokončil práci sám za dalších 5 hodin. Kolik hodin pracovali společně a jaký díl práce každý z nich vykonal ?

Příklad 50 : Vodní nádrž se naplnila jedním přítokem za 36 minut, druhým za 45 minut. Za jak dlouho se naplní, přitéká-li voda nejdříve 9 minut prvním přítokem a pak oběma přítoky současně ?

Příklad 51 : Nádrž o objemu 600 hl má několik přítoků. Prvním přitéká za 1 minutu 120 litrů vody, druhým se naplní za 3 hodiny, třetím za 900 minut. Za jak dlouho se naplní při současném otevření tří otvorů. Za jak dlouho se naplní při otevření prvního ze tří otvorů o půl hodiny později než druhého a třetího otvoru. .Výsledek v obou případech minutách zaokrouhli nahoru.

4.5.4. Slovní úlohy na směsi

Příklad : Za deset známek (po 5.- Kč a 8.- Kč) bylo zaplaceno 62.- Kč. Kolik bylo lacinějších a dražších známek?

1. etapa – zápis v podobě tabulky :

	počet	cena 1 kusu	hodnota daného druhu
známky I. druhu	x	5	5x
známky II. druhu	10-x	8	8.(10 – x)
směs (celkem)	10		62

2. etapa – sestavení rovnice a její vyřešení :

$$5x + 8.(10 - x) = 62$$
$$-3x = -18$$
$$x = 6$$

Zkouška $L = 5 . 6 + 8 . (10 - 6) = 30 + 32 = 62$ $P = 62$ $L = P$

3. etapa – zkouška slovní úlohy :

Zkouška slovní úlohy je stejná jako zkouška rovnice.

4. etapa – odpověď :

Levnějších známek bylo 6 kusů a dražších 4 kusy.

Příklad : Vypočítejte koncentraci roztoku, který byl připraven smícháním 6 kg 95 % roztoku kyseliny sírové a 24 kg 10 % roztoku kyseliny sírové.

1. etapa – zápis v podobě tabulky

	množství druhu	množství sledované látky v jednotce objemu	množství sledované látky daného druhu
I. druh	6	0,95	6.0,95
II. druh	24	0,1	24.0,1
směs	30	x	30x

2. etapa – sestavení rovnice a její vyřešení :

$$6 . 0,95 + 24 . 0,1 = 30 x$$
$$x = 0,27$$

Zkouška $L = 6 . 095 + 24 . 0,1 = 8,1$ $P = 8,1$ $L = P$

3. etapa – zkouška slovní úlohy :

Zkouška slovní úlohy je stejná jako zkouška soustavy rovnic.

4. etapa – odpověď :

Výsledná směs bude 27 procentní.

Příklad 52 : Jirka koupil dva druhy sazenic rajčat, celkem 34 kusy za 79.- Kč. Sazenice jednoho druhu stála 2.- Kč, druhého 3.- Kč. Určete, kolik sazenic kterého druhu Jirka koupil ?

Příklad 53 : Vlak veze na 29 vagonech 525 tun uhlí. Některé vagony jsou dvacetitunové, jiné patnáctitunové. Kolik je kterých, jestliže všechny vagony jsou plné ?

Příklad 54 : Po zahradě běhají slepice a králíci. Víme, že jich je dohromady 22 a mají 62 nohou. Kolik je kterých ?

Příklad 55 : Chlapec střádal pětikorunové a dvoukorunové mince. Když jich měl 50, tak zjistil, že uspořil 190 Kč. Kolik nastřádal pětikorunových mincí ?

Příklad 56 : Jeden litr moravského vína stojí 280 .- Kč, jeden litr mělnického vína stojí 260.- Kč. Kolik musím smíchat kterého vína, abych dostal 8 litrů směsky v hodnotě 265.- Kč za litr?

Příklad 57 : Kolikaprocentní líh obdržíme smícháním 30 litrů 60 % s 20 litry 75% a s 16 litry vody ?

Příklad 58 : Z plného chladiče auta s objemem 20 litrů vyteklo 40 % nemrznoucí směsi, která byla 20 procentní. Kolik litrů fridexu a kolik litrů vody je třeba dolít do chladiče, aby byl opět plný a vzniklá směs obsahovala 40 % fridexu.

4.6. Lineární rovnice s absolutní hodnotou

Příklad : Řešte rovnici : $3 + 4.|x-2| = 5x$ metodou intervalů

Řešení : $3 + 4.|x-2| = 5x$

Pro $x - 2 \geq 0$ je $|x-2| = x - 2$ nebo pro $x - 2 < 0$ je $|x-2| = -x + 2$

$x \geq 2$ $x < 2$

$3 + 4.(x - 2) = 5x$ $3 + 4.(-x + 2) = 5x$

$x = -5$ $x = 1\frac{2}{11}$

-5 není větší nebo rovno 2 a proto není řešením

$1\frac{2}{11}$ je menší než 2 a proto tato hodnota je řešením.

Každý si sám provede zkoušku!

Řešením této rovnice je číslo $1\frac{2}{11}$

Příklad : Řešte rovnici $|x - 5| - 2.|x + 1| = |x - 3| + 1$ metodou nulových bodů.

<u>1. fáze</u> : Určíme nulové body lineárních dvojčlenů v absolutních hodnotách :

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

$x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$

<u>2. fáze</u> : Tyto nulové body rozdělí množinu reálných čísel na čtyři disjunktní množiny.
V tabulce určíme pro jednotlivé intervaly hodnoty absolutních hodnot.

	$(-\infty ; -1)$	$< -1 ; 3)$	$< 3 ; 5)$	$< 5 ; \infty)$
$\lvert x - 5\rvert$	$5 - x$	$5 - x$	$5 - x$	$x - 5$
$\lvert x + 1\rvert$	$-x - 1$	$x + 1$	$x + 1$	$x + 1$
$\lvert x - 3\rvert$	$3 - x$	$3 - x$	$x - 3$	$x - 3$

<u>3. fáze</u> : Řešíme danou nerovnici v jednotlivých intervalech.

a) $x \in (-\infty ; -1) \wedge (5 - x) - 2.(-x - 1) = (3 - x) + 1$

$x \in (-\infty ; -1) \wedge x = -1{,}5$ $\Rightarrow$ dílčí výsledek $x = -1{,}5$

b) $x \in < -1 ; 3) \wedge (5 - x) - 2.(x + 1) = (3 - x) + 1$

$x \in < -1 ; 3) \wedge x = -0{,}5$ $\Rightarrow$ dílčí výsledek $x = -0{,}5$

c) $x \in < 3 ; 5) \wedge (5 - x) - 2.(x + 1) = (x - 3) + 1$

$x \in < 3 ; 5) \wedge x = 1{,}25$ $\Rightarrow$ dílčí výsledek $\varnothing$

d) $x \in < 5 ; \infty) \quad \wedge \quad (x - 5) - 2.(x + 1) = (x - 3) + 1$
$\quad x \in < 5 ; \infty) \quad \wedge \quad x = - 2,5 \qquad \Rightarrow$ dílčí výsledek $\quad \emptyset$

<u>4. fáze</u> : Každý si sám provede zkoušku dosazením

<u>5. fáze</u> : Řešením dané rovnice je x_1 = -1,5 a x_2 = -0,5

Příklad 59 : Vyřešte rovnici : a) $3x - |2x-1| = x + 1$ b) $|2x-7|+|x-2|=3$

4.7. Lineární rovnice s parametrem

Příklad : Vyřešte rovnici ax – 1 = x , kde <u>x</u> je neznámá a <u>a</u> parametr.

Řešení : Vyjadřujeme neznámou <u>x</u> $\quad ax - x = 1$

$$x . (a - 1) = 1$$

pro $a \neq 1$ $\qquad x = \frac{1}{a-1}$

pro a = 1 rovnice nemá řešení

Příklad 60 : Vyřešte rovnice, kde <u>a</u> je parametr : a) $a + x = a. (x - 1)$
b) $(a + 1) . (x - a) + (a - 1) . (x - 1) + (a - 1)^2 = 0$
c) $(x + 1) . (a - 1) = 2ax$

Souhrnná cvičení :

1) Řešte rovnici :

a) $\frac{3-7x}{10}-\frac{7-3x}{5}=5-\frac{x+1}{3}-6$

b) $x+\frac{2x-7}{2}-\frac{3x+1}{5}=5-\frac{x+6}{2}$

c) $5-\frac{3-7x}{10}-\frac{x+1}{3}=6-\frac{7-3x}{5}$

d) $\frac{2x-5}{6}-\frac{3-x}{3}=\frac{3+x}{4}-\frac{6-7x}{8}$

e) $\frac{x+3\ ^{2}}{2}-\frac{2x-1\ .\ x+3}{4}=x+3\frac{3}{4}$

f) $2-\frac{3x-1}{3}-\frac{3+4x}{2}=\frac{2x-3}{4}-\frac{6+5x}{6}-4.\frac{1}{12}$

g) $4-\frac{7-3x}{5}=3-\frac{3-7x}{10}-\frac{x+1}{3}$

h) $4.\left[x-3.\ 2x-1\ \right]=2.\left[x-2.\ 3x+2\ \right]$

ch) $\frac{3}{4}x-0,25.\ x+2\ ^{2}+\frac{2}{3}x=\frac{1}{2}.\left(1\frac{2}{3}x-4\frac{1}{2}\right)-0,25x.\left(x+\frac{2}{3}\right)$

i) $\frac{3-x}{2}-\left(\frac{7-x}{3}-\frac{x+3}{4}\right)+\frac{7-x}{6}-\frac{9+7x}{8}+x=0$

j) $\frac{3+x}{4}+\frac{3}{x+3}=\frac{2x+3}{8}$

k) $x-\left(0,25-\frac{3}{8}x\right)=2+\left(\frac{x}{3}-\frac{x}{12}\right)$

l) $x+1\ .\ x-4\ -\frac{3x-6}{2}=\ x-2\ ^{2}$

2) Řešte rovnici : x - $\frac{\frac{1}{2}-\frac{3x}{4}}{2}=2+\frac{x-\frac{x}{4}}{3}$

3) Gepard pronásledoval antilopu. Když byl v místě A, byla mezi ním a antilopou vzdálenost 120 metrů. Přestože antilopa utíkala průměrnou rychlostí 72 km/hod, gepard ji dohonil za 12 sekund. Jakou průměrnou rychlostí v kilometrech za hodinu běžel gepard ?

4) Třídy se zavázaly nasbírat minimálně 5 kg bylin. Při vyhodnocení soutěže se zjistilo, že 6. A závazek překročila o dvě pětiny, 6.B splnila svůj závazek na 140 % a 6.C nasbírala o 2 kg více než se zavázala. Určete pořadí tříd,

5) Součet čtyř po sobě jdoucích přirozených čísel je 42. Urči jejich nejmenší společný násobek.

6) Turista procestoval 78 km za 3 hodiny. Část cesty šel pěšky rychlostí 6 km/hod, zbytek cesty jel autobusem průměrnou rychlostí 30 km/hod. Jak dlouho šel pěšky?

7) V sudu pod okapem bylo určité množství vody. Po dešti se množství vody zvětšilo na čtyřnásobek původního množství. Na zalévání bylo použito 60 litrů vody. Dalším deštěm se zbylé množství vody v sudu zdvojnásobilo. Na druhé zalévání bylo použito 30 litrů vody. V sudu pak zůstal dvojnásobek původního množství vody. Kolik litrů vody bylo v sudu na počátku?

8) Součet tří po sobě jdoucích lichých čísel je 75. Určete tato čísla.

9) Ze dvou míst vzdálených od sebe 15 600 metrů vyšli proti sobě současně dva chodci průměrnými rychlostmi 5 km/hod a 15 km/hod. Za jak dlouho se potkají ?

10) Turista ušel během tří dnů 47 km. Druhý den ušel o 20 % více než první den, třetí den o 4 km méně než druhý den. Kolik kilometrů ušel v jednotlivých dnech ?

11) 200 krabic pracích prášků bylo v obchodě narovnáno ve třech řadách. V první řadě bylo o 13 krabic víc než ve druhé řadě, přičemž ve druhé řadě bylo o jednu pětinu víc než ve třetí řadě. Kolik krabic bylo v jednotlivých řadách ?

12) V internátu je ve 45 pokojích, z nichž některé jsou třílůžkové a některé pětilůžkové, ubytováno celkem 169 žáků tak, že všechny pokoje jsou plně obsazeny. Urči počet třípokojových pokojů .

13) Družstvo sklízelo pšenici z celkové plochy 120 ha. Sklizeň zahájili v pondělí za pěkného počasí, v úterý už sklidili jen třetinu zbývající plochy a ve středu dosáhli pouze 50 % pondělního výkonu, takže zůstalo 17 ha neposečených. Vypočítejte plochy sklizené v uvedených dnech.

14) Sečteme-li podíl, součin, rozdíl a součet neznámého čísla a čísla 2, dostaneme číslo 81. Jaké je hledané číslo ?

15) Z místa A vyjelo do místa B přesně v 8 hodin auto průměrnou rychlostí 54 km/hod. V 8 hodin 30 minut vyjelo z místa B do místa A po stejné cestě auto průměrnou rychlostí 20 m/s. Auta se potkala

přesně uprostřed cesty mezi místy A a B. Určete, v kolik hodin se potkají a jak jsou místa A a B od sebe vzdálena.

16) Místa A a B jsou vzdálena 20 km. Z místa A vyšel chodec průměrnou rychlostí 4 km/hod. O 45 minut později vyjel proti němu z místa B cyklista a to průměrnou rychlostí 16 km/hod. Jak daleko od místa A a za jak dlouho se setkají ?

17) Dvě auta vyjela současně proti sobě z míst vzdálených od sebe 170 km. Jedno auto jede rychlostí 50 km/hod a druhé 70 km/hod. Jak daleko budou od sebe obě auta 10 minut před okamžikem setkání ?

18) Tovární hala má čtyři stroje. První pracuje dvakrát výkonněji než druhý, třetí stroj vyrobil o 8 součástek méně než čtvrtý, a ten o 56 více než první stroj. Dohromady bylo vyrobeno 216 součástek. Kolik součástek vyrobily jednotlivé stroje ?

19) Z měděného odlitku jsou zhotoveny tři součástky. Na první byla spotřebována polovina odlitku, na druhou dvě třetiny zbytku, třetí měla hmotnost 5 kg. Jakou hmotnost měl celý odlitek ?

20) Součet dvou čísel je 435. Určete tato čísla, víme-li, že druhé je 45 % hodnoty prvního.

21) Určete největší trojciferné číslo, které má tyto dvě vlastnosti :
a) součet cifer na místě stovek a jednotek je roven 6,
b) výměnou cifer na místě jednotek a stovek vznikne číslo o 198 větší než původní číslo.

22) Rozdělte odměnu 8 000.- Kč mezi tři pracovníky tak, aby druhý dostal o 25 % více než první a třetí o 0,4 více než druhý. Kolik dostal každý ?

23) Z místa A do B, vzdáleného 240 km, vyjelo v 8.00 hodin nákladní auto rychlostí 60 km/hod. Z místa B vyjelo v 8.30 hodin osobní auto rychlostí 80 km/hod do místa a. V kolik hodin a jak daleko od A se setkají ?

24) Závodní auto projelo okruh průměrnou rychlostí 84 km/hod za 12 minut a 15 sekund. Kolik metrů měřil okruh ?

25) Chodec vyšel v 8.00 hodin ráno rychlostí 4 km/hod. V 9 hodin 10 minut za ním vyrazil cyklista rychlostí 18 km/hod. Za jak dlouho a v kolik hodin dostihne cyklista chodce? Jakou vzdálenost při tom ujede ?

26) Vlak dlouhý 120 metrů projíždí tunelem rychlostí 72 km/hod. Tunek je dlouhý 1,5 km. Kolik sekund bude alespoň část jednoho vozu v tunelu ?

27) Vzdálenost z místa A do B je 108 km. Z obou míst vyjela současně proti sobě dvě auta. Rychlost auta jedoucí z místa A byla o 2 km/hod větší, než rychlost druhého auta. Jaká byla rychlost každého z aut, jestliže se potkala za 54 minut ?

28) V 8 hodin vyjel z Klatov do karlovarského podniku M nákladní automobil průměrnou rychlostí 40 km/hod. V 9 hodin 15 minut vyjel za ním po stejné cestě osobní automobil průměrnou rychlostí 60 km/hod. Vzdálenost Klatovy – karlovarský podnik M je 125 km. V kolik hodin a v jaké vzdálenosti od podniku M dožene osobní automobil nákladní automobil ?

29) Dvě města jsou od sebe vzdálena 130 km. Z města A vyjede v 7 hodin auto průměrnou rychlostí 60 km/hod. Z města b vyjede proti němu v 7 hodin 40 minut auto průměrnou rychlostí 75 km/hod. Kdy a v jaké vzdálenosti od města A se auta setkají ?

30) Děti se vypravily na kolech na chatu vzdálenou 30 km. Vyrazily v 7 hodin a jely rychlostí 16 km/hod. O půl hodiny později vyjel za nimi tatínek rychlostí 24 km/hod. V kolik hodin a jak daleko od chaty to bylo ?

31) Z Olomouce směrem na Hradec Králové vyjel v 7.00 hodin nákladní automobil průměrnou rychlostí 40 km/hod. Z Hradce Králové, vzdáleného 210 km od Olomouce, vyjel v 7 hodin 45 minut osobní automobil průměrnou rychlostí 80 km/hod. Za kolik hodin od výjezdu nákladního automobilu a jak daleko od Olomouce se potkají ?

32) Motocyklisté Libor a Honza vystartovali současně na trasu dlouhou 140 km. Libor jel první polovinu trasy rychlostí 80 km/hod, druhou polovinu rychlostí 50 km/hod. Honza jel celou trasu průměrnou rychlostí 60 km/hod. Rozhodni, kdo dojede do cíle první, vypočti jeho časový náskok. Jakou rychlostí jel Libor ?

33) Jeden naložený těžkotonážní vlak měl stejnou hmotnost jako pět obyčejných nákladních vlaků. Naložený těžkotonážní vlak byl o 2 400 tun těžší než obyčejný nákladní vlak. Jaká byla hmotnost těžkotonážního vlaku ?

34) Na turistické mapě zhotovené v měřítku 1 : 50 000 je vzdálenost dvou míst po přímé silnici 7,2 cm. Za kolik minut ujede tuto vzdálenost cyklista na kole, jestliže jede 18 km/hod.

35) Obchodník nakoupil 60 párů bot za 27 300 .- Kč. Dražší pár stál 480.- Kč, druhý byl levnější o 60.- Kč. Kterých párů bylo více a o kolik ?

36) Do průtokového zásobníku voda přitéká a současně je z něho odváděna. Kdyby voda pouze přitékala, naplnil by se prázdný zásobník za 18 minut. Kdyby voda pouze odtékala, vyprázdnil by se plný zásobník za 20 minut. Za kolik hodin se naplní prázdný zásobník, jestliže současně otevřeme přívod i odtok vody ?

37) Zásoba uhlí by stačila na vytápění většího pokoje rekreační chaty na 12 týdnů, menšího pokoje na 18 týdnů. Zpočátku se po dobu 4 týdnů topilo v obou pokojích, pak jenom v menším. Určete, na kolik dní by stačila zásoba uhlí ?

38) Dvojciferné číslo má ciferný součet 12. Zaměníme-li pořadí cifer, získáme číslo o 18 větší. Určete původní číslo.

39) Z Chebu do Liberce vyjelo nákladní auto průměrnou rychlostí 30 km/hod. Současně s ním vyjel autobus s průměrnou rychlostí 40 km/hod a přijel do Liberce o 1 hodinu 45 minut dříve než nákladní auto. Určete vzdálenost mezi Chebem a Libercem.

40) Jakou teplotu bude mít voda, která vznikne, jestliže do 7 litrů vody teplé 45 stupňů Celsia přidáme 6 litrů 80 stupňů teplé vody ?

41) Jaký roztok vznikne smícháním 2 litrů 25 % roztoku s 5 dl 80 % ?

42) Jakou bude mít teplotu voda, přilejeme-li do 14 litrů vody o teplotě 80° C 2 litry vody o 60° C chladnější ?

43) Jana nasbírá 2,5 litru borůvek za 3 hodiny. Martin 1 litr za 2 hodiny. Za jak dlouho společně nasbírají 1 litr ?

44) Vodní nádrž se prvním čerpadlem vyprázdní za 6 hodin, druhým čerpadlem za 2 hodiny. Aby byla vyprázdněna za 1 hodinu, musela být najednou spuštěna všechna tři čerpadla. Za jak dlouho by se nádrž vyprázdnila, kdyby bylo spuštěno jenom třetí čerpadlo ?

45) Najděte pravdivé rovnosti : a) $-2x+1^{\ 2} = -1+2x^{\ 2}$

b) $(-b - 1)^2 = -(b + 1)^2$

46) Určete hodnoty neznámých a, b , c, d :

a) a je největší dvojciferné číslo, které po dělení sedmi dává zbytek 5

b) b je součtem všech kladných dělitelů čísla 20

c) c je největší číslo zapsané pomocí jedné nuly, jedné jedničky a jedné dvojky, ale není to však číslo 210

d) d je rovna tem čtvrtinám ze tří čtvrtin druhé mocniny čísla 20.

47) Vypočítejte délky stran pravoúhlého trojúhelníka ABC s přeponou c, jestliže délka odvěsny a = 84 cm a obvod trojúhelníka je 182 cm.

48 a) ze vzorce pro obvod obdélníka vyjádřete stranu a,

b) ze vzorce pro obsah čtverce vyjádřete stranu čtverce

c) ze vzorce pro úhlopříčku ve čtverci vyjádřete stranu čtverce,

d) ze vzorce pro délky kružnice vyjádřete poloměr kružnice

e) ze vzorce pro obsah lichoběžníka vyjádřete a,

f) ze vzorce pro obsah lichoběžníka vyjádřete c,

g) ze vzorce pro obsah lichoběžníka vyjádřete v,

h) ze vzorce pro obsah lichoběžníka vyjádřete velikost střední příčky,

i) ze vzorce pro objem krychle vyjádřete hranu a,

j) ze vzorce pro povrch krychle vyjádřete hranu a,

k) ze vzorce pro objem kvádru vyjádřete hranu a,

l) ze vzorce pro povrch kvádru vyjádřete hranu a.

49) Vyjádřete a z výrazu : a) $\frac{1}{a} = \frac{1}{2b} - \frac{1}{c}$ b) $Z = \frac{fa}{f-a}$

50) Pomocí proměnných x , y zapište následující vztahy mezi výrazy :

a) součet dvou čísel je 3krát větší než jejich rozdíl,

b) součin dvou čísel je rovný 80 % jejich podílu

c) součet druhých mocnin dvou čísel je rovný součtu druhé mocniny rozdílu těchto čísel a dvojnásobku jejich součinu.

51) Ze zápisu $\frac{a+b}{cd} - m = r$ vyjádřete : a) b b) d

52) Lenka říká : „ V naší třídě mám pětkrát více spolužáků než spolužaček.“ Karel z téže třídy říká : „ Já mám čtyřikrát více spolužáků než spolužaček.“ Kolik žáků je ve třídě a kolik z nich je chlapců ?

52) ve třídě je 31 žák, z toho je 25 chlapců,

53) Nakladatelství vydá knihu. Bez ohledu na to, kolik výtisků vydá, zaplatí za její přípravu pro tisk 120 000.- Kč. Kromě toho zaplatí tiskárně ještě 80.- Kč za každý výtisk. Jaký nejmenší počet výtisků je možno vydat, aby celkové náklady na jeden výtisk nepřesáhly 95.- Kč ?

54) Prodavač prodal za den 30 košil, přičemž šestina prodaných košil byla po 420.- Kč, pětina byla po 510.- Kč, třetina byla po 480.- Kč a zbytek byl po 350.- Kč. Kolik utržil za všechny prodané košile? Jaká byla průměrná cena košile ?

55) Kolik stojí čajová souprava, která obsahuje konvici, cukřenku, dva šálky a dva talířky, jestliže konvice stojí 150.- Kč, šálek sedminu ceny celé soupravy, talířek polovinu cenu než šálek a cukřenka je třikrát dražší než talířek ?

56) Vyřešte rovnici : $|x| - 2.|x+1| + 3.|x+2| = 0$

57) Vyřešte rovnice, kde a je parametr : a) $\frac{x+2}{x-1} = a + 2$ b) $\frac{ax-1}{x+2} = \frac{ax+1}{x-2}$

Výsledky příkladů

1 a) 5,6 , **b)** $4\frac{8}{21}$, **c)** 6,9 , **d)** -18, **e)** -3,5 , **f) 6** , **g)** 3 , **h)** -2 , **ch)** -6 ,
i) 5,5 , **j)** –4,4 , **k)** –26,9 , **l)** –11,5 , **m)** -1 , **n)** 3,6, **o)** 3,25, **p)** –0,5 **r)** –15,
s) 12,55 , **t)** –2, **u)** $\frac{5}{8}$, **v)** –15, **w)** $\frac{3}{14}$, **x)** nemá řešení, **z)** $-\frac{2}{3}$,

2 a) 16,8 , **b)** 40 , **c)** 56 , **d)** $9\frac{1}{11}$, **e)** $3\frac{8}{11}$, **f)** 4 , **g)** -4,5 , **h)** 9 , **ch)** -12 , **i)** -15 ,
j) 4 , **k)** -4,4 , **l)** 12 , **m)** 24 , **n)** -1 , **o)** $-\frac{2}{3}$, **p)** 1,8 **r)** 7 , **s)** $\frac{11}{24}$ $x \neq 0$, **t)** $1\frac{1}{3}$,
u) –0,25, **v)** 6,5, **w)** –7, **x)** 5, **z)** 0,

3) a) 1; **b)** –0,5; **c)** $\frac{1}{3}$**;** **d)** 0; **e)** –1; **f)** 8; **g)** 7,5; **h)** 1, i) 120**, j)** 3; **k)** 17; **l)** –4; **m)** $4\frac{5}{8}$;
n) –17**; o)** $\frac{2}{3}$ **; p)** 6; **q)** –1; **r)** 7; **s)** –1; **t)** 2; **u)** ;

4 a) 5 , **b)** 49 , **c)** nemá řešení, protože $1\frac{2}{3}$ není přirozené číslo, **d)** 7 , **e)** 1, **f)** nemá řešení, protože –4 není přirozené číslo

5 a) nekonečně mnoho řešení, **b)** $\frac{43}{72}$, **c)** nekonečně mnoho řešení, **d)** 1 , **e)** 0,3 , **f)** 7 ,
g) 2 , **h)** nekonečně mnoho řešení;
6 a) 7 **, b)** -10 , **c)** 1 , **d)** nekonečně mnoho řešení , **e)** -1 , **f)** 8 , **g)** 6 **, h)** 2 , i) 11 , **j)** -6 , **k)** 0, **l)** nemá řešení, **m)** nekonečně mnoho řešení , **n)** nemá řešení,

7 a) $\frac{2.S}{a}$ $a \neq 0$, **b)** $\frac{2.S}{v} - c$ $v \neq 0$, **c)** $\frac{2.S}{v} - a$ $v \neq 0$, **d)** $\frac{2.S}{a+c}$ $a \neq -c$, **e)** $\frac{2.S}{v}$ $v \neq 0$,**f)** $\sqrt{\frac{V}{\pi.v}}$ $v \neq 0$,

g) $\frac{V}{\pi.r^2}$ $r \neq 0$, **h)** $V^{\frac{1}{3}}$, **ch)** $\frac{S-2.\pi.r^2}{2.\pi.r}$ $r \neq 0$, **i)** $\frac{V}{a.b}$ $a \neq 0$ $b \neq 0$,**j)** $\frac{\frac{S}{2} - a.b}{a+b}$ $a \neq -b$, **k)** $\sqrt{\frac{S}{\pi}}$,

l) $\sqrt{\frac{4.S}{\pi}}$, **m)** $\frac{u.\sqrt{3}}{3}$,

8 a) $a = \frac{x}{3+2b-4c}$ $3 + 2b - 4c \neq 0$, **b)** $b = \frac{x+4ac-3a}{2a}$ $a \neq 0$, **c)** $c = \frac{3a+2ab-x}{4a}$
$a \neq 0$

9 a) $a = \frac{b-3x-2y}{3y-6x}$ $3y - 6x \neq 0$, **b)** $x = \frac{b-3ay-2y}{3-6a}$ $a \neq 0{,}5$, **c)** $y = \frac{b-3x+6ax}{2+3a}$
$a \neq -\frac{2}{3}$,

10 a) $a = \dfrac{4y + 2x^2 - z - 5d}{3y}$ $y \neq 0$, **b)** $y = \dfrac{z + 5d - 2x^2}{4 - 3a}$ $a \neq 1\frac{1}{3}$,

c) $x = \sqrt{\dfrac{z + 5d + 3ay - 4y}{2}}$ **d)** $d = \dfrac{2x^2 4y - 3ay - z}{5}$,

11) ve třídě je 25 žáků, z toho je 20 děvčat a 5 chlapců ,**12)** 33 35, **13)** musí se přidat 2,5 litru vody ,
14) 176 lidí ,**15)** 1 600,- Kč, 2 000.- Kč, 2 100 .- Kč,
16) brambory stály 10.- Kč , cibule 15.- Kč, pomeranč 26.- Kč,
17) 1. den 800 stromků, 2. den 1 000 stromků, 3. den 1 500 stromků,
18) celá trasa měří 120 km, 1. den ujel 48 km, 2. den 45 km, 3. den 27 km,**19)** 180 stran,**20)** 2,5 kg,
21) 8 žen, 32 mužů, 50 dětí,**22)** 30 osob,**23)** 84 litrů,**24)** Petr měl 460 Kč, Jirka 400 Kč a Hanka 414 Kč,
25) 25 km,**26)**175 Kč, 350 Kč, 700 Kč, 1 400 Kč,**27)** 16 061 , 55 km/hod,**28)** 21 zlatek,
29) 8,75 litrů paliva,**30)** nemá řešení,**31)** 140 osob,**32)** 13 litrů,**33)** tři řešení – 17, 28, 39
34) 968, 869 ,**35)** 963, 862, 761,**36)** 2 250 hl ,**37)** Vašek má 6 sourozenců,
38) 1. den 19 km, 2. den 13,5 km , 3. den 9,5 km
39) 79 km vzdáleni od sebe budou v 9 hodin 50 minut. Cyklista bude v téže době od Kutné Hory vzdálen 39 km.,
40) 20 km/hod,**41)** 51 km/hod, vzdálenost je 204 km,
42) osobní auto dožene kamion za 3 hodiny ve vzdálenosti 270 km Prahy,
43) syn jel průměrnou rychlostí 79,2 km/hod,**44)** rychlostí 36 km/hod,
45) ušel 15 km za dobu $3\frac{37}{90}$ hodiny,**46)** 10 km,**47)** 2 hodiny 55 minut
48) za 15 hodin,**49)** oba dělníci pracovali společně 15 hodin a každý z nich udělal polovinu práce
50) za 24 minut**51)** 116 minut 123 minut,**52)**11 sazenic po 3.- Kč a 23 sazenic po 2.- Kč ,
53)18 vagonů dvacetitunových a 11 vagonů patnáctitunových,**54)** 13 slepic, 9 králíků,
55) 30 pětikorunových mincí,**56)** 2 litry dražšího vína a 6 litrů levnějšího vína,
57) 50%,**58)** 5,6 litru fridexu, 2,4 litru vody,**59 a)** všechna reálná $x \geq 0,5$, **b)** $x_1 = 2$ $x_2 = 4$
60) a) pro $a \neq 1$ $x = \dfrac{2a}{a-1}$; pro a = 1 rovnice nemá řešení ; b) $a \neq 0$ $x = \dfrac{2a-1}{a}$;
pro a = 0 rovnice nemá řešení ;

Výsledky souhrnných cvičení

1 a) -1 , **b)** 3 , **c)** -1 , **d)** -4 , **e)** -2 , **f)** $1\frac{3}{32}$, **g)** -1 , **h)** 2 , **ch)** 5 , **i)** 1 , **j)** -11,
k) 2 , **l)** -10 ,
2 a) 2 , **3)** **1**08 km/hod,
4) 6. A a 6.B nasbírali stejné množství, pokud 6.C se zavázala nasbírat jenom 5 kg, pak nasbírala stejně jako 6.A a 6.B, pokud se však zavázala nasbírat více než 5 kg, pak procentuálně nasbírala o méně než oba třídy, ale v kilogramech mohla nasbírat více
než 6.A a 6. B,
5) 1 980,**6)** 0,5 hodiny,**7)** 25 litrů vody,**8)** 23, 25, 27;**9)** za 46,8 minuty,**10)** 15 km, 18 km, 14 km,
11) 1. řada 79 krabic, 2. řada 66 krabic, 3. řada 55 krabic,**12)** 28,
13) pondělí 54 ha, úterý 22 ha, středa 27 ha,**14)** 18,**15)** v 10.00 hodin, A a B jsou vzdálena 216 km,
16) 6,4 km od místa A za 1 hodinu 36 minut,**17)** 20 km,
18) 1. stroj 32 součástek, 2. stroj 16 součástek, 3. stroj 80 součástek, 4. stroj 88 součástek,**19)** 30 kg ,
20) 300 135,**21)** 294,**22)** 1. dělník 2 000.- Kč, 2. dělník 2 500.- Kč, 3. dělník 3 500.- Kč,
23) v 10.00 hodin, 120 km od místa A,**24)** 17 150 metrů,
25) za 20 minut , v 9.30 hodin, ujede při tom 6km,**26)** 81 sekund ,**27)** 61 km/hod, 59 km/hod,
28) osobní auto nákladní nedohoní. Setká se s ním až po 2 hodinách a 5 minutách, v 11.20 hodin, kdežto nákladní auto dorazí do podniku již v 11 hodin 7,5 minuty ,
29) v 8.20 hodin, 80 km od města A, **30)** v 8.30 hodin ve vzdálenosti 6 km od chaty,
31) za 2 hodiny 15 minut od výjezdu nákladního automobilu, 90 km od Olomouce,

32) v cíli bude dříve Libor o 3,5 minuty, Libor jel průměrnou rychlostí 61,5 km/hod.,
33) 3 000 tun ,**34)** 12 minut,**35)** dražších bylo o 10 více,**36)** 3 hodiny,**37)** 12 týdnů, **38)** 57,
39) 210 km,**40)** přibližně 61,15 stupňů teplé vody,**41)** 2,5 litru 36 % roztoku,
42) 72,5 °C,**43)** 45 minut,**44)** 3 hodiny,**45)** a,**46 a)** 96, **b)** 22, **c)** 2^{10}, **d)** 225.
47) b = 13 cm, c = 85 cm

48 a) $a = \dfrac{O - 2.b}{2}$, **b)** $a = \sqrt{S}$, **c)** $a = \dfrac{u.\sqrt{2}}{2}$, **d)** $r = \dfrac{O}{2.\pi}$, **e)** $a = \dfrac{2.S - v.c}{v}$,

f) $c = \dfrac{2.S - v.a}{v}$, **g)** $v = \dfrac{2.S}{a + c}$, **h)** $\dfrac{a + c}{2} = \dfrac{S}{v}$, **i)** $a = V^{\frac{1}{3}}$, **j)** $a = \sqrt{\dfrac{S}{6}}$,

k) $a = \dfrac{V}{b.c}$, **l)** $a = \dfrac{\frac{S}{2} - b.c}{b + c}$,

49 a) $a = \dfrac{2bc}{c - 2b}$, **b)** $a = \dfrac{Zf}{Z + f}$

50 a) x + y = 3. (x – y) , **b)** xy = 0,8. $\dfrac{x}{y}$, **c)** $x^2 + y^2 = \ x - y\ ^2 + 2xy$,

51 a) b = (r + m).cd – a , **b)** $d = \dfrac{a + b}{c.\ r + m}$

53) nejmenší počet výtisků je 8 000 kusů,
54) za všechny košile utržil 13 110.- Kč, průměrná cena košile byla 437.- Kč,
55) 420.- Kč ,**56)** -2 ,
57) a) pro a ≠ -1 x = $\dfrac{4 + a}{1 + a}$; pro a = 1 rovnice nemá řešení; b) pro a ≠ -0,5 x = 0; pro a = -0,5 řešením každé x ≠ +2 nebo x ≠ -2.