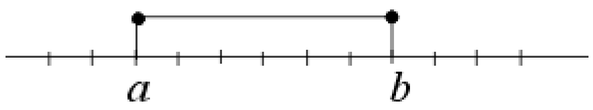
# 5. Funkce

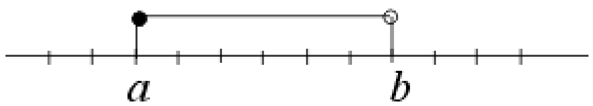
## 5.1. Opakování - Zobrazení a zápis intervalů

a) **uzavřený interval**



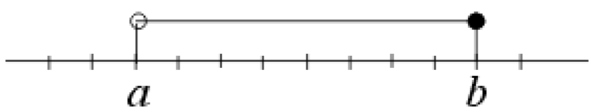

čísla a,b – krajní body intervalu
číslo a patří do intervalu (plné kolečko)
číslo b patří do intervalu (plné kolečko)
$a \leq x \leq b \quad x \in \langle a, b \rangle$

b) **interval polouzavřený zleva**



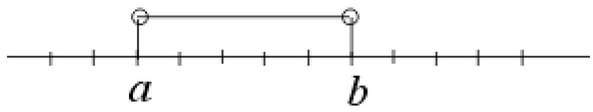

číslo a patří do intervalu (plné kolečko)
číslo b nepatří do intervalu (prázdné kolečko)
$a \leq x < b \quad x \in \langle a, b)$

c) **interval polouzavřený zprava**



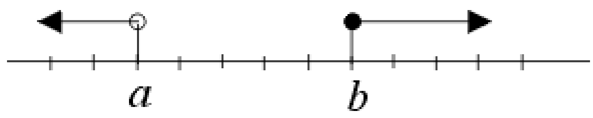

číslo a nepatří do intervalu (prázdné kolečko)
číslo b patří do intervalu (plné kolečko)
$a < x \leq b \quad x \in (a, b \rangle$

d) **otevřený interval**




číslo a nepatří do intervalu (prázdné kolečko)
číslo b nepatří do intervalu (prázdné kolečko)
$a < x < b \quad x \in (a, b)$

e) krajní hodnotou intervalu může být i nekonečno $(\infty)$ a minus nekonečno $(-\infty)$, pak se jedná vždy o polouzavřený nebo otevřený interval.




$x < a \quad x \in (-\infty, a)$
$x \geq b \quad x \in \langle b, \infty)$

**Příklad :** A ≡ ( x ∈R, -2 ≤ x < 5 )   B ≡ ( x ∈ -3 ≤ x < 2 ). Určete C ≡ A ∪B   D ≡ A ∩B
**C** ≡ (x ∈R, -3 ≤ x < 5 )   D ≡ (x ∈R, -2 ≤ x < 2 )

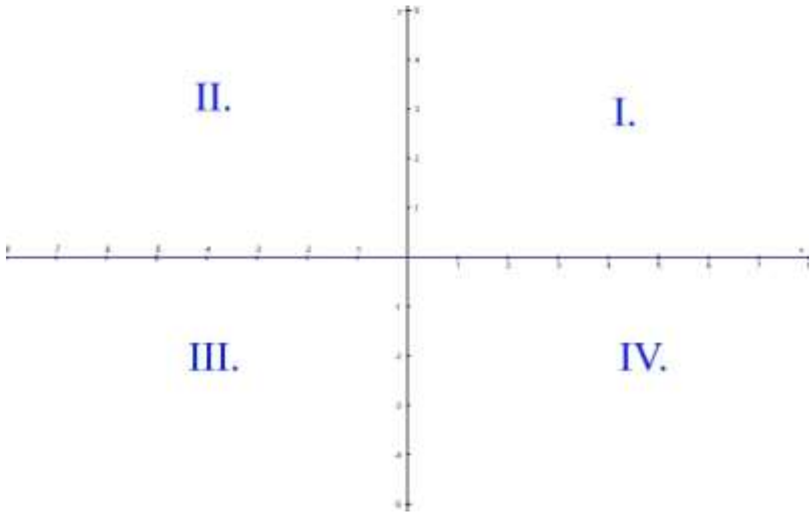
## 5.2. Funkce, definiční obor funkce a množina hodnot funkce

**Soustavou souřadnic** nazýváme dvě navzájem kolmé číselné osy.

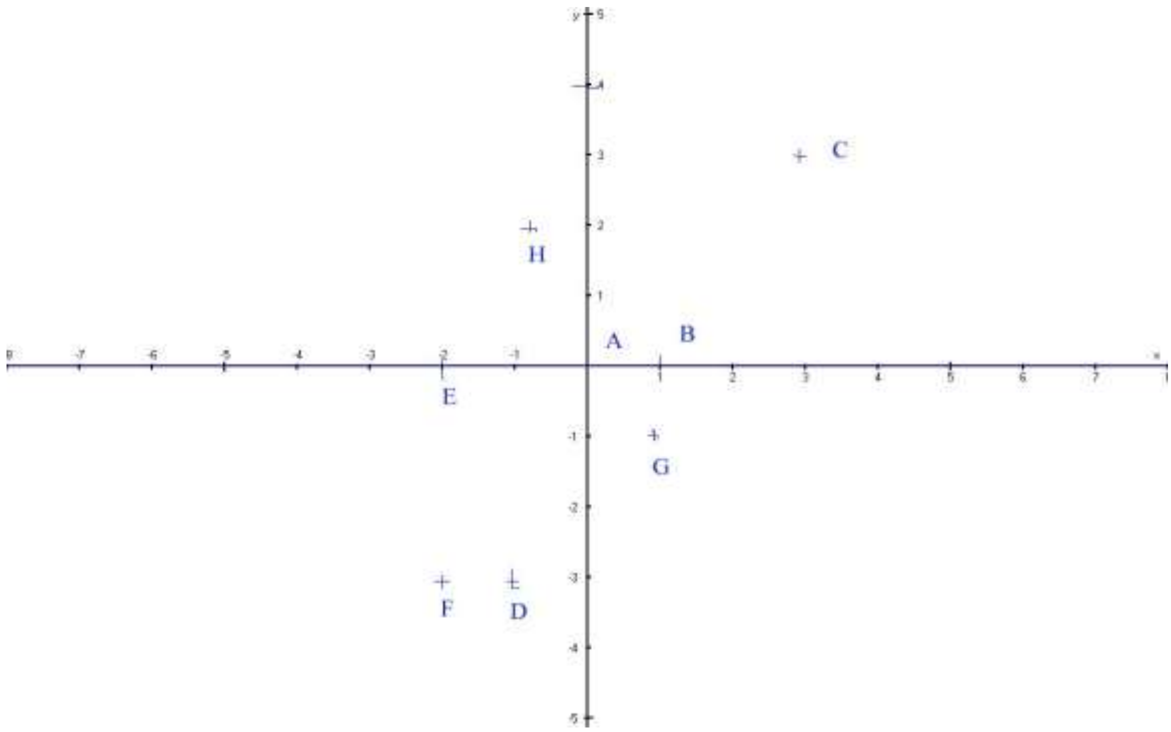
Vodorovnou osu značíme x.
Svislou osu značíme y.

Osy se protínají v bodě [ 0 ; 0 ], který nazýváme počátek soustavy souřadnic.
Každý bod v rovině můžeme zobrazit pomocí uspořádané dvojice [ x ; y ].

Soustava souřadnic rozděluje rovinu na **čtyři kvadranty**.




**Příklad :** Zobrazte v soustavě souřadnic body : A ≡ [ 0 ; 0 ],  B ≡ [ 1 ; 0 ],  C ≡ [ 3 ; 3 ],  D ≡ [ 1 ; 3 ], E ≡ [ -2 ; 0 ], F ≡ [ -2 ; -3 ], G ≡ [ 1 ; -1 ], H ≡ [ -1 ; 2 ],




**Příklad 1** : Zobrazte v soustavě souřadnic body : A ≡ [ 0 ; 4 ],  B ≡ [ -1 ; 1 ],  C ≡ [ 0 ; 3 ], D ≡ [- 1 ; -3 ], E ≡ [-1; 0 ], F ≡ [ -1 ; 2 ], G ≡ [ 2 ; -2 ],

**Příklad 2** : Zobrazte v soustavě souřadnic :
a) body A ≡ [-2 ; -1 ],  B ≡ [ 2 ; -1], C ≡ [ 1 ; 1 ], D ≡ [ 2 ; 1 ],
b) sestrojte bod E tak, aby trojúhelník ABE byl rovnostranný a určete jeho souřadnice,
c) sestrojte přímku p ≡ CD
d) sestrojte osově souměrný trojúhelník KLM podle osy p s trojúhelníkem ABE a určete souřadnice bodů K, L, a M,
e) sestrojte středově souměrný trojúhelník XYZ podle bodu [ 0 ; 0 ] s trojúhelníkem ABE.

**Příklad 3** : Graficky zjistěte, zda body A ≡ [ 0 ; 4 ], B ≡ [ -1 ; 1 ], C ≡ [ 3 ; 4 ], D ≡ [ -1 ; 0 ], E ≡ [ 2 ; 1 ], leží na přímce p, která prochází body X ≡ [ 1 ; 2 ], Y ≡ [ 2 ; 3 ].

**Funkcí „f“** nazýváme takové přiřazení, kde ke každému prvku dané množiny D je přiřazeno **právě jedno reálné číslo y** z množiny H.

D – definiční obor funkce - množina nezávisle proměnných
H – obor funkčních hodnot - množina závisle proměnných

zápis může mít podobu : y = 5x nebo f(x) = 5x - předpis udávající vztah mezi nezávisle proměnnou hodnotou a závisle proměnnou hodnotou.

**Příklad** : Vyjádřete: a) závislost ceny jablek na množství jablek
b) ujeté dráhy autem na čase
c) objemu hranolu na hraně c

Řešení :

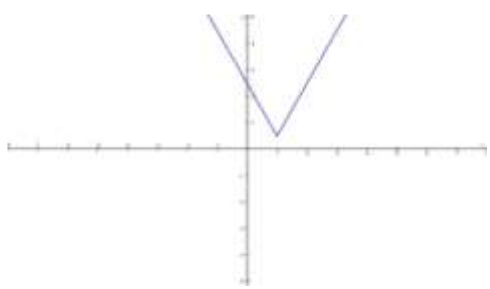
a) závislost ceny jablek na množství jablek
x – množina nezávisle proměnných – množství jablek v kilogramech,
y – množina závisle proměnných – cena jablek v Kč,
12.- cena 1 kg jablek
y = 12.x - rovnice funkce

b) ujeté dráhy autem na čase
x – množina nezávisle proměnných – čas v hodinách,
y – množina závisle proměnných – ujetá dráha v kilometrech,
60 – rychlost auta v kilometrech za hodinu,
y = 60.x - rovnice funkce

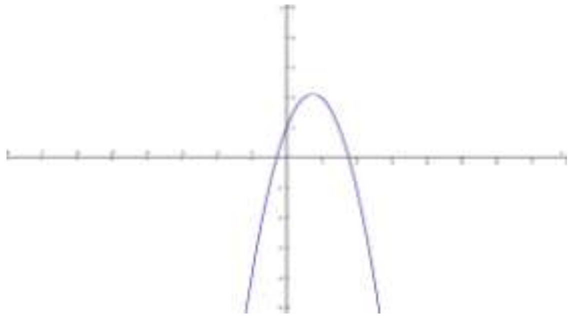
c) objemu hranolu na hraně c
x – množina nezávisle proměnných – velikost hrany c hranolu centimetrech,
y – množina závisle proměnných – objem V hranolu v centimetrech krychlových,
a.b – součin dvou hran hranolu, které se nemění a jsou tedy konstantní
V = a.b.c - rovnice funkce

**Příklad 4** : Vyjádřete rovnici funkce :
a) ceny okurek na množství prodaných okurek, jestliže jedna okurka stojí 5.- Kč,
b) obsahu obdélníka na straně b, jestliže stana a měří 5 cm,
c) obvodu obdélníka na straně b, jestliže stana a měří 5 cm,
d) hodnoty amerického dolaru na české koruně, jestliže 1 dolar má 25.- Kč

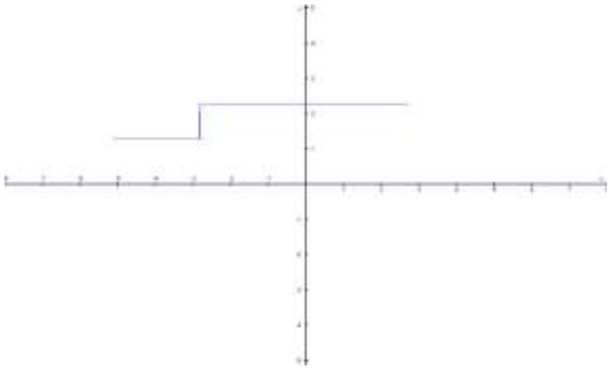
**Příklad 5** : Rozhodněte, zda uvedené grafy jsou grafy funkcí :
a)



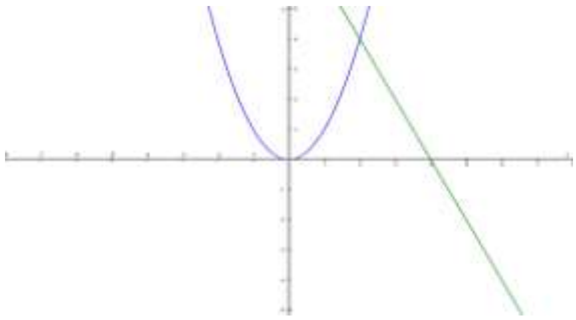
b)



c)



d)



U každé funkce musí být určen **definiční obor funkce.** Pokud při zadání nebude určen definiční obor funkce, pak tímto definičním oborem funkce budeme rozumět množinu všech reálných čísel.

**Definičním oborem může být** :
a) množina přirozených čísel,
b) množina celých čísel,
c) množina racionálních čísel,
d) množina reálných čísel,
e) libovolná množina , např. reálných čísel v intervalu <7;12>.

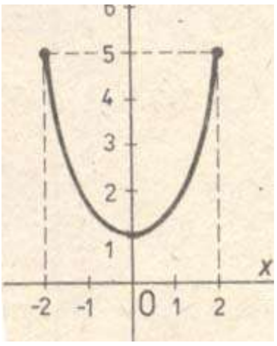
Definiční obor může být omezen danou funkcí.

**Množinou funkčních hodnot může být :**
a) množina přirozených čísel,
b) množina celých čísel,

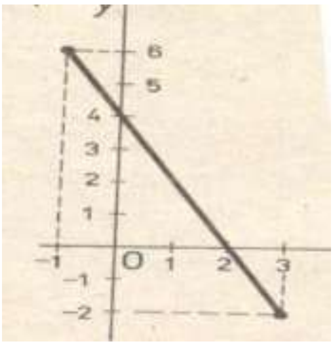
c) množina racionálních čísel,
d) množina reálných čísel,
e) libovolná množina , např. reálných čísel v intervalu <7;12>.

**Příklad 6** : Vypište definiční obor narýsované funkce a množinu funkčních hodnot dané funkce :

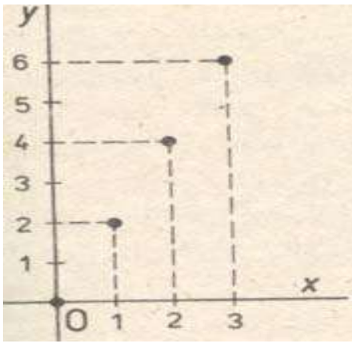
a)



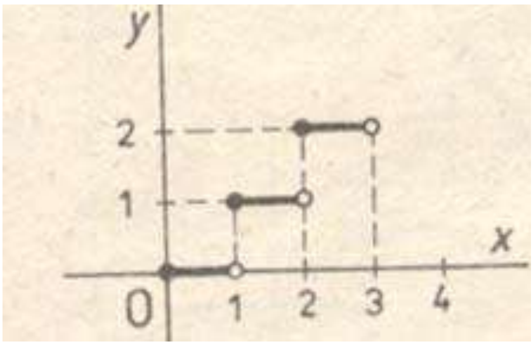
b)



c)



d)



**Příklad :** Určete definiční obor dané funkce :

a) y = 5x +2 b) y = $\frac{2x+1}{x-1}$ c) y = $\sqrt{4x+1}$ d) y = $\sqrt{\frac{x+2}{x^2-2x+1}}$

Řešení :
a) y = 5x +2 - není žádné omezení a proto definičním oborem mohou být všechna reálná čísla

b) y = $\frac{2x+1}{x-1}$ - jmenovatel se nesmí rovnat nule a proto definičním oborem mohou být všechna reálná čísla kromě 1

c) y = $\sqrt{4x+1}$ - základ odmocniny nesmí být záporný a proto definičním oborem musí být maximálně všechna reálná čísla větší nebo rovna -0,25

d) y = $\sqrt{\frac{x+2}{x^2-2x+1}}$ - základ odmocniny nesmí být záporný a jmenovatel zlomku nesmí být roven nule a proto definičním oborem funkce mohou být maximálně čísla větší než -2 , přičemž to nesmí být číslo 1.

**Příklad 7** : Určete definiční obor funkcí :

a) y = 5x + 2
b) y = 5x
c) y = $x^4$
d) y = $\frac{2x}{x+3}$
e) y = 1 - $\frac{x-1}{x}$
f) y = $\frac{2x-5}{3x+1}$
g) y = $\frac{x^2-5}{x^2-9}$
h) y = $\sqrt{2x}$
ch) y = $\sqrt{2x}+3$
i) y = $\sqrt{\frac{2x}{x-4}}$
j) y = $\sqrt{\frac{x-1}{x^2-0{,}04}}$
k) y = 3. $\sqrt{\frac{x-1}{x^2-0{,}04}}$ + 5
l) y = x - $\frac{2x}{x+3}$ + 4
m) y = 4

**Funkce může být zadána : a) tabulkou b) rovnicí c) grafem**

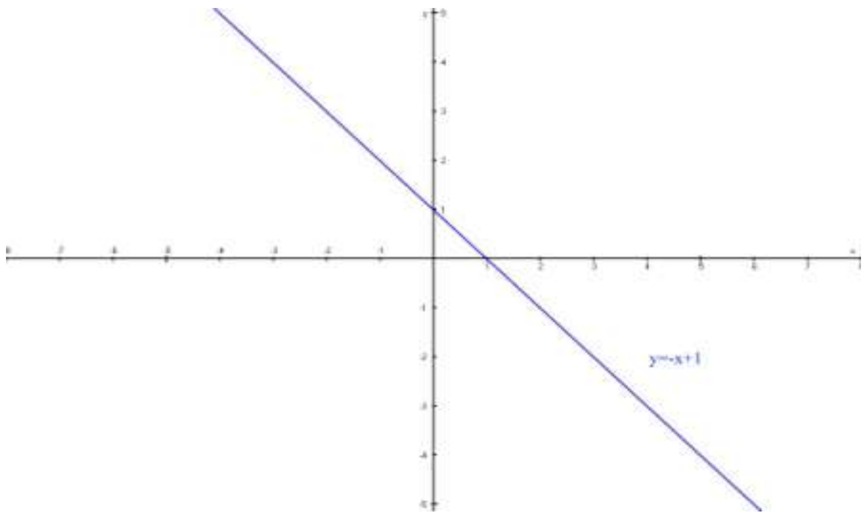
**Příklad :** Určete zbývající dva způsoby zadání funkce :

a)

| x | -2 | -1 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| f(x) | 0 | 1 | 3 | 4 |

b) f(x) = 2x + 1

c)




Řešení :
a) Určete zbývající dva způsoby zadání funkce :

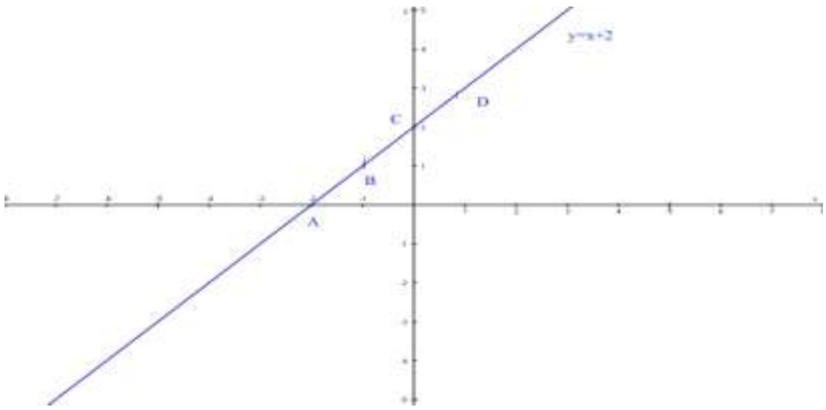
| x | -2 | -1 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|---|
| f(x) | 0 | 1 | 2 | 3 |

l. fáze : určujeme rovnici funkce
- úvaha : předpokládáme, že pro začátek začínáme jednoduchou rovnicí
- množina čísel x se zvětšuje vždy o jednu a množina f(x) se zvětšuje také vždy o jednu vztah mezi x a y bude f(x) = y = x,

- vidíme však, že výše uvedený vztah neplatí, ale, že vždy y je o dvě větší, proto
  f(x) = x + 2

2. fáze – provedeme kontrolu, zda tento vztah platí pro všechny body v tabulce
   po kontrole zjistíme, že tento vztah platí pro všechny body z tabulky a proto jsme určili rovnici funkce správně.
   Později tuto úlohu budeme řešit soustavou dvou rovnic o dvou neznámých.

3. fáze – sestrojíme graf funkce
   znázorníme v soustavě souřadnic body : A ≡ [ -2 ; 0 ], B ≡ [ -1 ; 1 ], C ≡ [ 0 ; 2 ], D ≡ [ 1 ; 3 ].



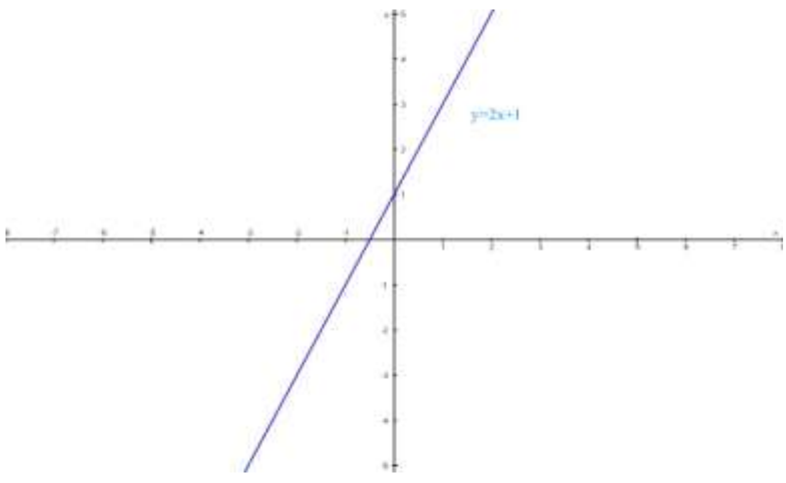

Řešení :
b) f(x) = 2x + 1

1. fáze – určíme tabulku

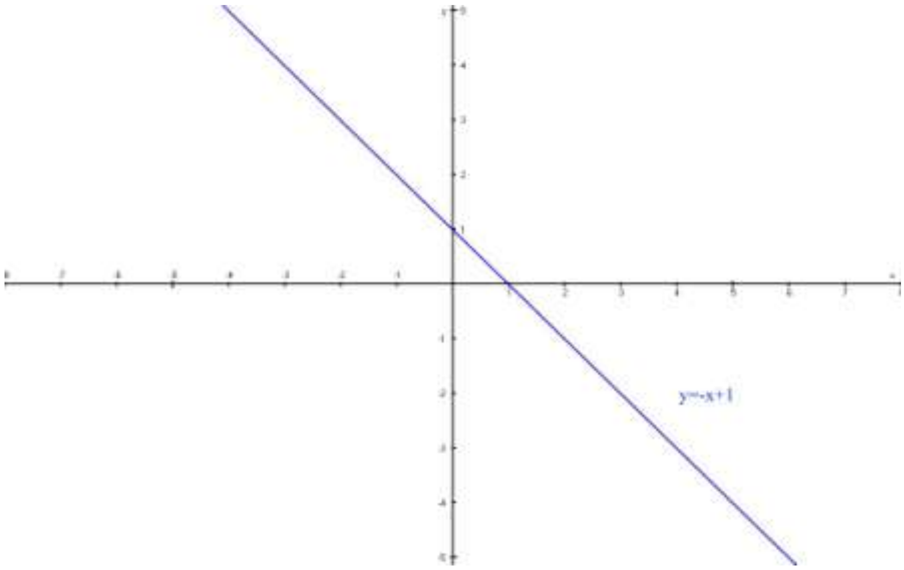
Vzhledem k tomu, že definičním oborem funkce je množina reálných čísel, můžeme si zvolit libovolné množství x a vypočítat příslušnou hodnotu f(x). Údaje zapíšeme do tabulky.

| x | -2 | -1 | 0 | 0,5 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | -3 | -1 | 1 | 2 | 3 |

2. fáze : narýsujeme příslušný graf



Řešení :
c)




1. fáze : určíme souřadnice vybraných bodů, které zapíšeme do tabulky.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| f(x) | 3 | 2 | 1 | 0 | -1 |

2. fáze : z tabulky již známým postupem určíme rovnici funkce
$f(x) = - x + 1$
- později na základě dalších znalostí budeme umět z grafu rovnou určit rovnici funkce

**Příklad 8** : Na základě tabulky určete rovnici funkce a tuto funkci znázorněte :

a)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 |
| f(x) | -5 | -2 | 1 | 4 |

b)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x | -1 | 0 | 1 | 2 |
| f(x) | 5 | 3 | 1 | -1 |

c)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x | -1 | 0 | 1 | 2 |
| f(x) | 5 | 2 | -1 | -4 |

d)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| x | -1 | 0 | 1 | 2 |
| f(x) | -5 | -2 | 1 | 4 |

**Příklad 9 :** Sestavte tabulku pro deset bodů x a vypočítejte příslušnou hodnotu f(x) a sestavte graf u funkcí :

a) $f(x) = 2x$
b) $f(x) = 3x – 1$
c) $f(x) = x + 4$
d) $f(x) = 5$
e) $f(x) = 2x^2+1$
f) $f(x) = -2x + 5$

**Bod leží na grafu funkce,** jestliže dosadíme jeho souřadnice do grafu funkce a dostaneme rovnost.
**Bod neleží na grafu funkce,** jestliže dosadíme jeho souřadnice do rovnice funkce a dostaneme nerovnost.

**Příklad** : Zjistěte, zda body leží na grafu funkce $y = 5x + 2$ : a) $A \equiv [\ 1 ; 6\ ]$, b) $B \equiv [\ 1 ; 7\ ]$,
a) $y = 5x + 2$   $A \equiv [\ 1 ; 6\ ]$   $6 = 5.1 + 2$
$6 \neq 7 \Rightarrow$ A není bodem grafu funkce $y = 5x + 2$
b) $y = 5x + 2$   $B \equiv [\ 1 ; 7\ ]$   $7 = 5.1 + 2$
$7 = 7 \Rightarrow$ B je bodem grafu funkce $y = 5x + 2$

**Příklad 10 :** Zjistěte, zda body leží na grafu funkce $A \equiv [\ 2 ; 6\ ]$, $B \equiv [\ 1 ; 4\ ]$, $C \equiv [\ 0 ; 6\ ]$, $D \equiv [\ 1 ; 0\ ]$ jsou body grafu : a) $y = x + 3$   b) $y = 4x$   c) $y = 3x$   d) $y = x – 1$

**Příklad 11** : Který z bodů $A \equiv [\ 2 ; 0\ ]$, $B \equiv [\ 0 ; -1\ ]$, $C \equiv [\ -2 ; -5\ ]$, $D \equiv [\ 1 ; -3\ ]$ leží na grafu $y = -2x -1$

**Příklad 12** : Určete číslo k, takové, aby :
a) bod $A \equiv [\ 2 ; 3\ ]$ ležel na grafu funkce $y = k.x + 0,6$
b) bod $A \equiv [\ -2 ; 1\ ]$ ležel na grafu funkce $y = k.x + 0,6$
c) bod $A \equiv [\ 2 ; k\ ]$ ležel na grafu funkce $y = 3.x + 0,6$
d) bod $A \equiv [\ k ; 3\ ]$ ležel na grafu funkce $y = 2.x + 0,6$
e) bod $A \equiv [\ -1 ; 2\ ]$ ležel na grafu funkce $y = -3.x + k$
f) bod $A \equiv [\ 4 ; 47\ ]$ ležel na grafu funkce $y = 3.x^k - 1$

**Funkce je rostoucí, jestliže pro $x_1 < x_2$ $f(x_1) < f(x_2)$.**

**Funkce je klesající, jestliže pro $x_1 < x_2$ $f(x_1) > f(x_2)$.**

**Funkce je konstantní, jestliže pro $x_1 < x_2$ $f(x_1) = f(x_2)$.**

**Příklad :** Funkce : a) $y = 5x + 1$   b) $-2x + 5$   c) $y = 6$   je rostoucí, klesající nebo konstantní :
Řešení : a)   $x_1 = 4$   $x_2 = 7$   $f(4) = 5.4 + 1 = 21$   $f(7) = 5.7 + 1 = 36$
pro $x_1 < x_2$ je $f(x_1) < f(x_2)$ $\Rightarrow$ funkce je rostoucí
b)   $x_1 = 4$   $x_2 = 7$   $f(4) = -2.4 + 1 = -7$   $f(7) = -2.7 + 1 = -13$
pro $x_1 < x_2$ je $f(x_1) > f(x_2)$ $\Rightarrow$ funkce je klesající
c)   $x_1 = 4$   $x_2 = 7$   $f(4) = 6$   $f(7) =6$
pro $x_1 < x_2$ je $f(x_1) = f(x_2)$ $\Rightarrow$ funkce je konstantní

**Příklad 13** : Určete zda-li uvedené funkce je rostoucí, klesající nebo konstantní
a) $y = -2x +4$   b) $y = -4$   c) $y = 3x + 0,4$   d) $y = 0,3x + 2$
e) $y = -x$   f) $y = -x – 1$   g) $y + 2x + 4 = 0$   h) $y + 2x = -2$

**Grafem funkce může být : a) bod**
**b) množina jednotlivých bodů**
**c) přímka**
**d) polopřímka**
**e) úsečka**
**f) prázdná množina**
**g) křivka – parabola, hyperbola apod.**
( budeme se učit až v 9. ročníku )

**Příklad** : Určete co bude grafem těchto funkcí :

a) $y = 2x + 1$ D je množina všech přirozených čísel pro které platí $2 < x < 4$
b) $y = 2x + 1$ D je množina všech přirozených čísel pro které platí $1 < x < 5$
c) $y = 2x + 1$ D je množina všech celých čísel pro které platí $-2 \leq x < 5$
d) $y = 2x + 1$ D je množina všech reálných čísel
e) $y = 2x + 1$ D je množina všech čísel pro které platí $-2 < x$
f) $y = 2x + 1$ D je množina všech čísel pro které platí $-2 \leq x$
g) $y = 2x + 1$ D je množina celých čísel pro které platí $-2 < x < 5$

Řešení :

a) definiční obor obsahuje jediné číslo $x = 3$,
$f(3) = 7$,
grafem funkce je jeden bod $A \equiv [ 3 ; 7 ]$ ,

b) definiční obor obsahuje čísla 2, 3, 4,
$f(2) = 5$ $f(3) = 7$ $f(4) = 9$
grafem funkce je skupina tří bodů $B \equiv [ 2 ; 5 ]$ $A \equiv [ 3 ; 7 ]$ $C \equiv [ 4 ; 9 ]$ ,

c) definiční obor obsahuje čísla -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4
$f(-2) = -3$ $f(-1) = -1$ $f(0) = 1$ $f(1) = 3$ $f(2) = 5$ $f(3) = 7$ $f(4) = 9$
grafem funkce je skupina bodů $D \equiv [ -2 ; -3 ]$ $E \equiv [ -1 ; -1 ]$ $F \equiv [ 0 ; 1 ]$
$G \equiv [ 1 ; 3 ]$ $B \equiv [ 2 ; 5 ]$ $A \equiv [ 3 ; 7 ]$ $C \equiv [ 4 ; 9 ]$ ,

d) definičním oborem je celá množina reálných čísel,
oborem funkčních hodnot je celá množina reálných čísel,
grafem funkce je přímka $y = 2x + 1$ ( tato přímka prochází například všemi body uvedenými v části c ),

e) definičním oborem je polopřímka s počátečním bodem $x = -2$, ale tento bod nepatří do definičního oboru,$f(-2) = -3$,
vzhledem k tomu, že funkce je rostoucí, tak pro každé $x > -2$ bude $f(x) > -3$,
množina funkčních hodnot je tedy množina všech reálných čísel větších než -3,
grafem funkce je polopřímka $y = 2x + 1$ s počátečním bodem $D \equiv [ -2 ; -3 ]$, který však do grafu nepatří,

f) definičním oborem je polopřímka s počátečním bodem $x = -2$, ale tento bod patří do definičního oboru, $f(-2) = -3$ , vzhledem k tomu, že funkce je rostoucí, tak pro každé $x \geq -2$ bude $f(x) \geq -3$,
množina funkčních hodnot je tedy množina všech reálných čísel větších než -3 nebo rovných -3,
grafem funkce je polopřímka $y = 2x + 1$ s počátečním bodem $D \equiv [ -2 ; -3 ]$, který však do grafu patří,

g) definičním oborem je množina všech reálných čísel pro které platí $-2 < x < 5$
$f(-2) = 3$ $f(5) = 11$, $H \equiv [ 5 ; 11 ]$
vzhledem k tomu, že funkce je rostoucí, množinou funkčních hodnot je množina reálných čísel v intervalu $3 < x < 11$, grafem funkce je úsečka DH, která leží na přímce $y = 2x + 1$, ale krajní body úsečky D, H do množiny funkčních hodnot nepatří.

**Příklad 14** : Určete co bude grafem těchto funkcí :

a) $y = 4x$ D – všechna celá čísla,
b) $y = 4x$ D – všechna reálná čísla,
c) $y = 4x$ D – všechna přirozená čísla,
d) $y = 4x$ D – všechna celá čísla v intervalu $-12 < x < -5$,
e) $y = 4x$ D – všechna reálná čísla v intervalu $7 < x < 9$
f) $y = 4x$ D - všechna reálná čísla v intervalu $-17 < x < -9$ a $-2 < x < 5$
g) $y = 4x + 2$ D - všechna celá čísla v intervalu $-1 < x < 5$,
h) $y = 4x - 2$ D – všechna reálná čísla v intervalu $x < 9$,
i) $y = 4x + 3$ D – všechna přirozená čísla v intervalu $-12 < x < -5$

**Příklad 15** : Vymyslete rovnici funkce a její definiční obor, aby grafem byl :
a) bod A ≡ [ 2 ; 7 ],
b) přímka
c) polopřímka
d) A ≡ [ 2 ; 7 ], B ≡ [ 3 ; 10 ], C≡ [ 4 ; 13 ],
e) polopřímka ležící na přímce y = 5x – 1 s krajním bodem B ≡ [-3 ;-16 ], který do grafu patří,
f) polopřímka ležící na přímce y = 5x – 1 s krajním bodem B ≡ [-3 ;-16 ], který do grafu nepatří,
g) úsečka AB , A ≡ [ 2 ; 7 ], B ≡ [ 3 ; 10 ], a body A a B do grafu patří,
h) úsečka AB , A ≡ [ 2 ; 7 ], B ≡ [ 3 ; 10 ], a body A a B do grafu nepatří,
ch) skupina bodů,
i) prázdná množina,

# 5.3. Lineární funkce

**Funkci** určenou rovnicí **y = ax + b**, kde a, b jsou libovolná reálná čísla, x nezávisle proměnná, y závisle proměnná, nazýváme **lineární funkcí**.

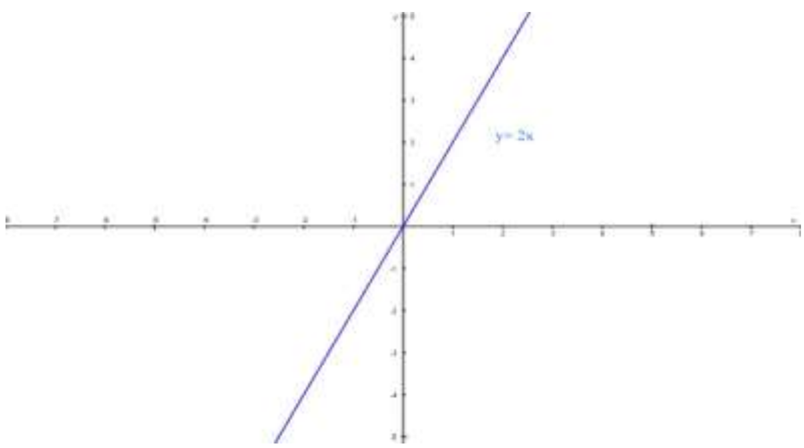
**Příklad 16** : Určete, které uvedené funkce jsou lineární :
a) y = 5x + 2
b) y = 5x c) y = $x^4$
d) y = $\frac{2x}{x+3}$
e) y = 1 - $\frac{x-1}{x}$
f) y = $\frac{2x-5}{3x+1}$
g) y = $\frac{x^2-5}{x^2-9}$
h) y = $\sqrt{2x}$
ch) y = $\sqrt{2x}+3$
i) y = $\sqrt{\frac{2x}{x-4}}$
j) y = $\sqrt{\frac{x-1}{x^2-0,04}}$
k) y = 3. $\sqrt{\frac{x-1}{x^2-0,04}}$ + 5
l) y = x - $\frac{2x}{x+3}$ + 4
m) y = 4

**Příklad 17** : Doplňte a tak, aby daná funkce byla lineární : a) y = a.x + 3 b) y = a.x – 0,4

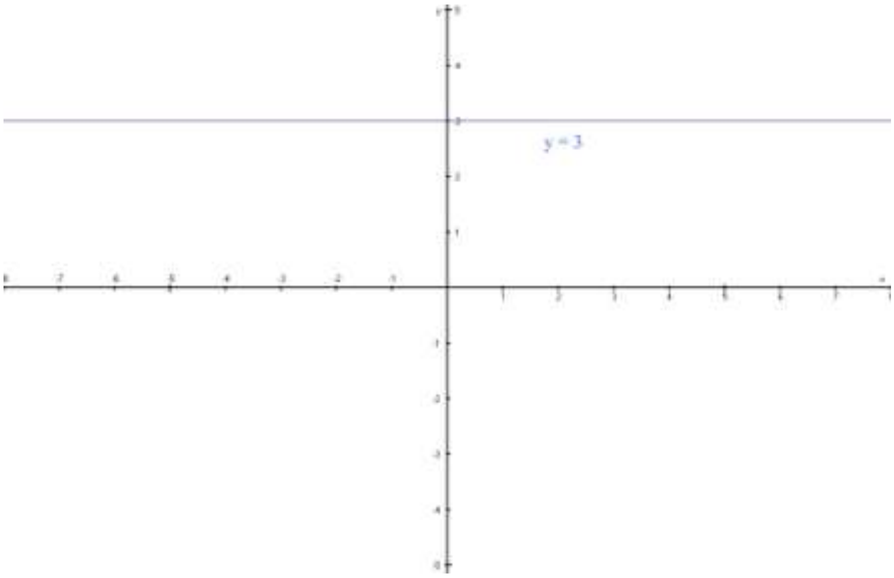
**Příklad 18** : Doplňte b tak, aby daná funkce byla lineární : a) y = 4x + b b) y = 3x – 0,1b

**Příklad 19** : Je konstantní funkce y = 4 funkcí lineární ?

**y = ax + b**
Zvláštní případ lineární funkce b = 0 ⇒ y = ax - **přímá úměrnost**
Graf přímé úměrnosti prochází bodem [ 0 ; 0 ].

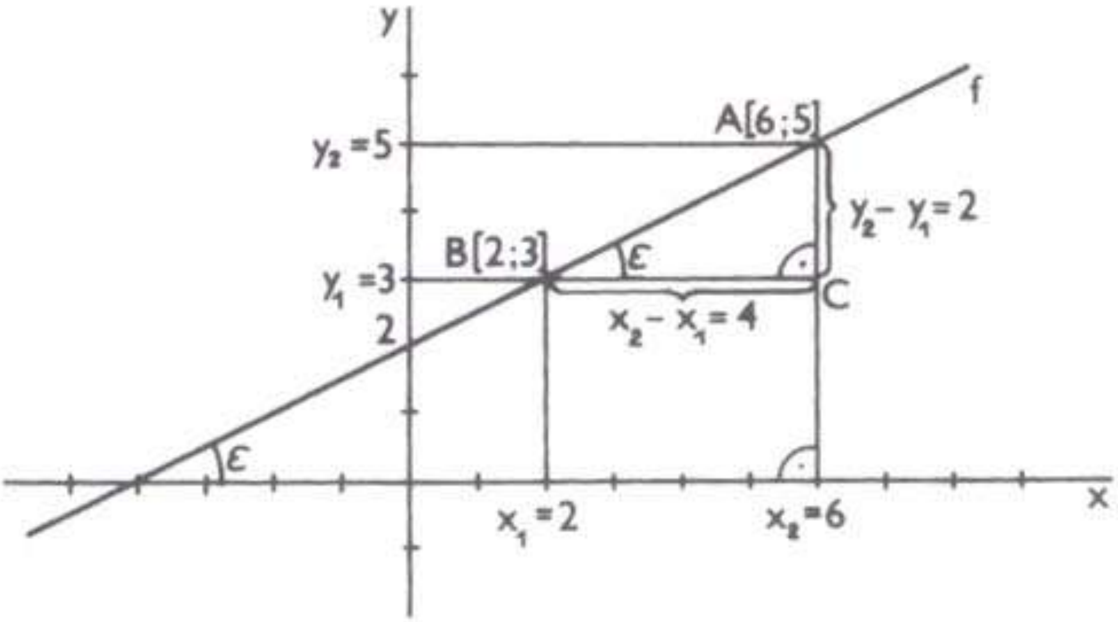


Zvláštní případ lineární funkce a = 0 $\Rightarrow$ y = b - **konstantní funkce**
Grafem funkce je přímka rovnoběžná s osou x.




V lineární funkci y = ax + b nazýváme koeficient **<u>a</u> směrnicí přímky**

Máme lineární funkci y = 0,5x + 2. Na grafu této funkce leží body A ≡ [6; 5 ] B ≡ [2; 3 ]

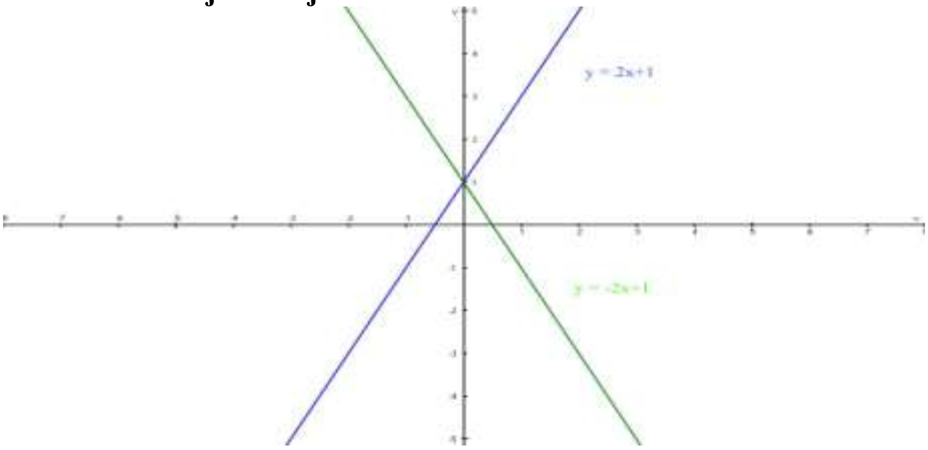



Z obrázku vidíme, že trojúhelník ABC je pravoúhlý.
Pro poměr délek jeho odvěsen platí :

$$\frac{|AC|}{|BC|}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{5-3}{6-2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=0{,}5$$ všimněte si, že v naší rovnici je také a = 0,5

**Obecně platí :** $a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ **kde A ≡ [$x_1$; $y_1$ ] a B ≡ [$x_2$ ; $y_2$ ] jsou libovolné body grafu dané lineární funkce**

Je-li a > 0 - **lineární funkce je rostoucí**
Je-li a < 0 - **lineární funkce je klesající**



**Příklad 20** : Z uvedených funkcí vyberte rostoucí lineární funkci :

a) y = 5x + 2
b) y = 5x
c) y = -2x + 3
d) y = -x + $\frac{1}{2}$
e) y = 2,3
f) y = -49x – 2
g) y = 3.$\pi$
h) $\frac{2}{7}$ x
ch) y = 1 – 6x
j) y = -2 + 5x
k) y = -4

**Příklad 21** : Z uvedených funkcí vyberte klesající lineární funkci :

a) y = 5x + 2
b) y = 5x
c) y = -2x + 3
d) y = -x + $\frac{1}{2}$
e) y = 2,3
f) y = -49x – 2
g) y = 3.$\pi$
h) $\frac{2}{7}$ x
ch) y = 1 – 6x
j) y = -2 + 5x
k) y = -4

**Příklad 22** : Z uvedených funkcí vyberte konstantní lineární funkci :

a) y = 5x + 2
b) y = 5x
c) y = -2x + 3
d) y = -x + $\frac{1}{2}$
e) y = 2,3
f) y = -49x – 2
g) y = 3.$\pi$
h) $\frac{2}{7}$ x
ch) y = 1 – 6x
j) y = -2 + 5x k) y = -4

**Příklad** : Sestrojte graf závislosti dráhy ujeté autem od místa A na čase, jestliže začneme měřit ve chvíli, kdy je auto vzdáleno 50 km od místa A. Auto jede průměrnou rychlostí 65 km/hod. Auto jede do místa B, které je vzdáleno po silnici 310 km.

1. fáze : určíme rovnici funkce a definiční obor

Z fyziky víme, že platí : s = v . t

V našem případě s = 65.t + 50 dráha v <u>km</u>, rychlost v <u>km/hod</u> čas v <u>hodinách</u>

Určení definičního oboru : 310 = 65.t + 50 $\Rightarrow$ t = 4 (hod) $\Rightarrow$ $0 \leq t \leq 4$

2. fáze : sestavíme tabulku a narýsujeme graf funkce

| x ( hod ) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| f(x) (km ) | 50 | 115 | 180 | 245 | 310 |

**Grafem lineární funkce** může být : bod
skupina bodů ležících na přímce
přímka
polopřímka
úsečka

**Příklad 23 :** Vymyslete zadání příkladu na rovnici lineární funkce tak, aby grafem byl :
a) bod b) skupina bodů ležící na přímce c) přímka d) polopřímka
e) úsečka

**Průsečíky grafu lineární funkce s osami x a y**

Máme-li rovnici **y = ax + b** , tak průsečíkem grafu této funkce s osou x je bod X ≡ [ $-\frac{b}{a}$ ; 0 ].

Máme-li rovnici **y = ax + b** , tak průsečíkem grafu této funkce s osou y je bod Y ≡ [ 0 ; b ].

**Příklad** : Napište souřadnice průsečíků grafu funkce y = 5x + 2 s osami x a y.

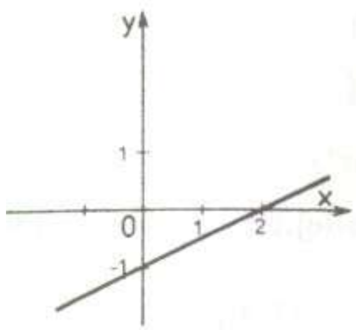
**X ≡ [ $-\frac{2}{5}$ ; 0 ]** **Y ≡ [ 0 ; 2 ]**

**Příklad 24** : Napište souřadnice průsečíků grafu lineární funkce s osami x a y :
a) y = 2x + 1 b) y = 3x – 5 c) y = 0,4x – 5 d) y = 4
e) y = -2x + 3 f) y = -0,2x – 0,5 g) y = 1

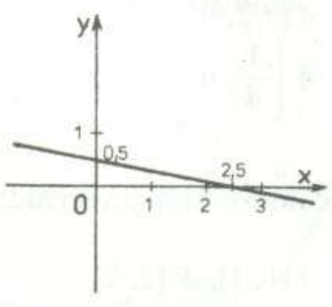
**Příklad 25** : Napište rovnici lineární funkce, jestliže známe průsečíky grafu funkce s osami x a y :
a) X ≡ [ -0,4 ; 0 ] Y ≡ [ 0 ; 2 ]
b) X ≡ [ 0,4 ; 0 ] Y ≡ [ 0 ; 2 ]
c) X ≡ [ $-\frac{1}{5}$ ; 0 ] Y ≡ [ 0 ; 1 ]
d) X ≡ [ $-\frac{2}{7}$ ; 0 ] Y ≡ [ 0 ; 2 ]
e) X ≡ [ $\frac{4}{3}$ ; 0 ] Y ≡ [ 0 ; 4 ]
f) X ≡ [ 0 ; 0 ] Y ≡ [ 0 ; 0 ]
g) X ≡ [25; 0 ] Y ≡ [ 0 ; 5 ]
h) X ≡ [ -0,125 ; 0 ] Y ≡ [ 0 ; -0,5]
i) X ≡ [ -1 ; 0 ] Y ≡ [ 0 ; 3 ]
j) X ≡ [ 2 ; 0 ] Y ≡ [ 0 ; -3 ]
k) X ≡ [ -2 ; 0 ] Y ≡ [ 0 ; 3 ]
l) X ≡ [0,5; 0 ] Y ≡ [ 0 ; 1 ]

**Příklad 26** : Kterému číslu je rovna konstanta b v zadání lineární funkce y = 2x + b, jestliže graf této funkce protíná osu y v bodě o souřadnicích A ≡ [ 0 ; 5 ]?

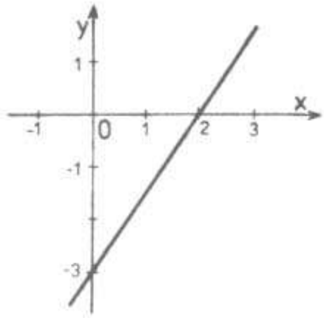
**Příklad 27** : Vypočítejte rovnici lineární funkce , která prochází body :
a)



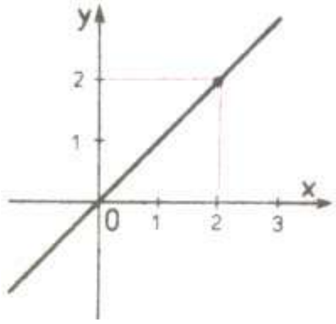

b)



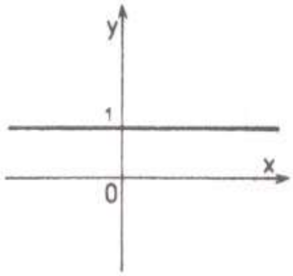

c)



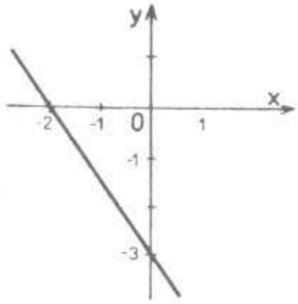
d)



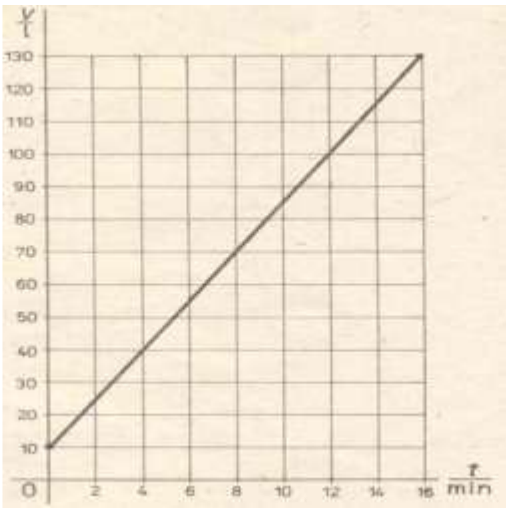

e)




f)




**Příklad** : Sud, jehož objem 130 litrů se plní vodou. V grafu je znázorněna závislost objemu vody v sudu na době plnění.




Určete : a) jde o lineární funkci

b) určete definiční obor funkce

c) určete množinu funkčních hodnot

d) kolik litrů vody bylo v sudu na počátku plnění

e) za kolik minut se sud naplní

f) kolik litrů vody bylo v sudu na konci 4. minuty

g) kolik litrů vody nateklo do sudu za 4 minuty

h) kdy bylo v sudu 100 litrů vody

i) za kolik minut nateče do sudu 60 litrů vody

j) za jak dlouho se sud naplní od okamžiku, kdy je v sudu 115 litrů vody

Řešení :

a) **ano** z grafu vidíme, že $b = 10$ musíme vypočítat hodnotu a

$y = ax + 10$ graf funkce prochází např. bodem [4; 40 ] a proto dosadíme jeho souřadnice do rovnice přímky $40 = a.4 + 10$

$30 = 4a$

$a = 7{,}5$

rovnice přímky je $\mathbf{y = 7{,}5x + 10}$

b) z grafu vidíme, že definičním oborem jsou všechna reálná čísla v intervalu $\mathbf{0 \leq t \leq 16}$

c) z grafu vidíme, že množinou funkčních hodnot je množina všech reálných čísel v intervalu

**$10 \leq V \leq 130$**

d) z grafu vidíme, že v čase t = 0 je **V = 10 litrů**
e) z grafu vidíme, že sud se naplní v čase **t = 16 minut**
f) z grafu vidíme, že na konci 4. minuty je v sudu **40 litrů** [4; 40 ]
g) vypočítáme : v čase t = 0 minut je V = 10 litrů, v čase t = 4 minuty je V = 40 litrů 40 – 10 = **30 litrů**
h) z grafu vidíme, že bod grafu, který má souřadnici V =100 litrů má souřadnici t = 12 minut
i) vypočítáme, 10 litrů bylo v sudu, 60 litrů napršelo, takže v sudu je **70 litrů** z grafu vidíme, že bod grafu, který má souřadnici V = 70 litrů má souřadnici **t = 8 minut**
j) z grafu vidíme, že bod grafu, který má souřadnici V = 115 litrů má souřadnici t = 14 minut, protože se sud naplní pro t = 16 minut 16 – 14 = **2 minuty**

**Příklad 28 :** V nádrži automobilu je 40 litrů nafty. Při jízdě automobil spotřebuje k jízdě na 100 km 5,6 litrů nafty.
a) vyjádřete funkcí závislost spotřeby nafty na počtu ujetých kilometrů a definiční obor
b) vyjádřete funkcí okamžitý stav nafty v nádrži na počtu ujetých kilometrů a definiční obor
c) kolik litrů nafty budeme mít po projetí 250 km
d) kolik kilometrů musíme ujet aby v nádrži bylo 12 litrů nafty
e) kolik kilometrů může auto projet, aby spotřebovalo 12 litrů nafty
f) kolik kilometrů může auto projet má-li spotřebovat všechnu naftu

**Příklad 29 :** Máme 150 cm vysoký sud a prší. Napište rovnici funkce, která bude vyjadřovat stav výšky vodní hladiny v sudu na čase. Stanovte definiční obor.
a) sud před deštěm byl prázdný a za minutu stoupne voda v sudu o 2 cm.
b) v sudu před deštěm byla hladina vody ve výši 10cm a za minutu stoupne vody v sudu o 2 cm,
c) sud před deštěm byl prázdný a za minutu naprší na okolní ploše voda do výšky 2cm
d) sud před deštěm byl prázdný a za minutu naprší na okolní ploše voda do výšky 2 cm, v sudu však je otvor u dna, kterým odteče za minutu 0,5 cm výšky hladiny vody v sudu.
e) v sudu před deštěm byla hladina vody ve výši 10 cm a za minutu naprší na okolní ploše voda do výšky 2 cm, v sudu však je otvor u dna, kterým odteče za minutu 0,5 cm výšky hladiny vody v sudu.

**Příklad 30** : Koupelnová vana tvaru kvádru má rozměry podstavy 2m, 1m a na výšku 0,75m. Do vany můžeme napouštět vody kohoutkem , kterým přiteče za 1 sekundu 1,5 litru. Odpadovým otvorem vyteče za 1 sekundu 0,5 litru kapaliny. Vanu považujeme za plnou, jestliže je zaplněna z 80 %. Napište :
a) rovnici funkce závislosti vody ve vaně na čase, jestliže vana byla původně prázdná a přitéká do ni voda kohoutkem, určete také definiční obor
b) rovnici funkce závislosti vody ve vaně na čase, jestliže ve vaně bylo původně 0,5 $m^3$ a voda přitéká do vany kohoutkem, určete také definiční obor
c) rovnici funkce závislosti vody ve vaně na čase, jestliže vana byla původně prázdná a současně je otevřen přítokový kohoutek a odpad, určete také definiční obor
d) rovnici funkce závislosti vody ve vaně na čase, jestliže ve vaně bylo původně 0,5 $m^3$ a současně je otevřen přítokový kohoutek a odpad, určete také definiční obor
e) rovnici funkce závislosti vody ve vaně na čase, jestliže vana byla plna a je otevřen pouze odpad, určete také definiční obor,
f) v bodech a až e narýsujte také graf této funkce

**Příklad 31** : Je dána lineární funkce y = ax + b D = R.
a) je možné, aby graf této funkce pro a > 0 procházel 1., 2. a 3. kvadrantem současně
b) je možné, aby graf této funkce pro a > 0 procházel 2. a 4. kvadrantem současně
c) je možné, aby graf této funkce pro a > 0 procházel 3. a 4. kvadrantem a neprocházel 1. kvadrantem současně
d) je možné, aby graf této funkce pro a < 0 procházel 1., 2. a 4. kvadrantem současně

e) je možné, aby graf této funkce pro a < 0 procházel 2. a 4. kvadrantem současně
f) je možné, aby graf této funkce pro a < 0 procházel 3. a 4. kvadrantem a neprocházel 1. kvadrantem současně.

**Příklad 32** : Napište rovnici lineární funkce, jejíž graf prochází bodem A a osu y protíná v bodě Y. a)
A ≡ [ 2; 5 ] Y ≡ [ 0; 2 ] b) A ≡ [-2; 4 ] Y ≡ [ 0; 1 ]
c) A ≡ [ 1; 3 ] Y ≡ [ 0; 3 ] d) A ≡ [ 0; 3 ] Y ≡ [ 0; 2 ]
e) A ≡ [ -3; 5 ] Y ≡ [ 0; 1 ] f) A ≡ [ 1; 5 ] Y ≡ [ 0; 3 ]

Máme-li lineární funkce $f_1(x) = a_1.x + b_1$ a funkci $f_2(x) = a_2.x + b_2$ a zároveň platí $a_1 = a_2$ ,
pak **grafy těchto funkcí jsou rovnoběžné.**
Platí-li ještě $b_1 = b_2$ , pak **grafy těchto funkcí jsou totožné.**

**Příklad** : Jsou rovnoběžné grafy těchto funkcí :
a) f(x) = 2x + 3 g(x) = 2x -3
b) f(x) = 2x + 3 g(x) = -2x + 3
c) f(x) = 2x + 3 g(x) = -2x - 3
Řešení : a) $a_1 = a_2 = 2$ grafy funkcí jsou rovnoběžné
b) $a_1 \neq a_2$ grafy funkcí nejsou rovnoběžné
c) $a_1 \neq a_2$ grafy funkcí nejsou rovnoběžné

**Příklad 33** : Vypočtěte rovnici lineární funkce g(x), jejíž graf je rovnoběžný s grafem f(x) a prochází bodem A :
a) f(x) = 2x + 5 A ≡ [-2; 4 ] b) f(x) = -2x + 3 A ≡ [-2; 4 ]
c) f(x) = -x + 3 A ≡ [ 2; 3 ] d) f(x) = x + 1 A ≡ [ 0; 4 ]
e) f(x) = 6x -1 A ≡ [-2; 0 ] f) f(x) = 2x - 3 A ≡ [-2; 5 ]

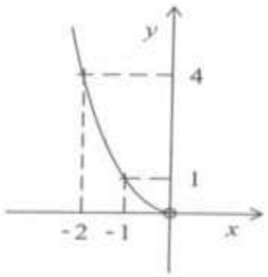
**Příklad** : Víme, že graf lineární funkce prochází body A ≡ [ 1 ; 1 ] B ≡ [ 2 ; 3 ]. Určete rovnici funkce.
Řešení :
1. fáze : dosadíme souřadnice jednotlivých bodů do rovnice
y = ax + b
1 = a.1 + b první rovnice
3 = a.2 + b druhá rovnice
2. fáze : řešíme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých – to se budeme učit až v 9. ročníku
z první rovnice vyjádříme b b = 1 - a
za hodnotu b dosadíme do druhé rovnice 3 = 2a + ( 1 - a )
a = 2
vypočítanou hodnotu a = 2 dosadíme například do první rovnice 1 = 2.1 + b
b = - 1
3. fáze : vyjádříme rovnici funkce **y = 2x - 1**

34) Vypočtěte rovnici lineární funkce, která prochází body : a) A ≡ [ 1 ; 1 ] B ≡ [ 3 ; 9 ]
b) A ≡ [ 2 ; -8 ] B ≡ [ -3 ; 17 ]

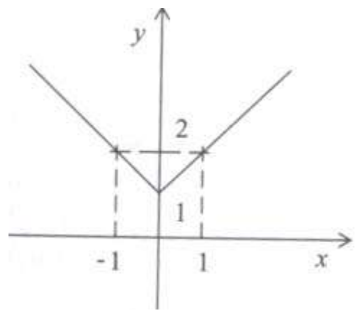
# Souhrnná cvičení :

1) Který k grafů je grafem funkce :

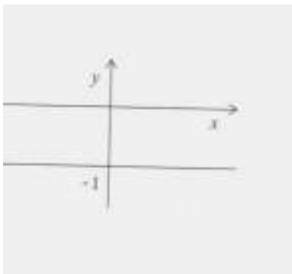
a)



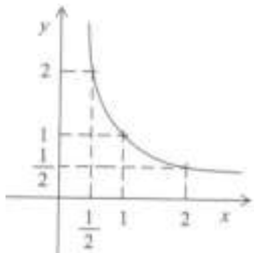

b)



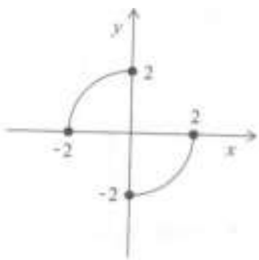

c)



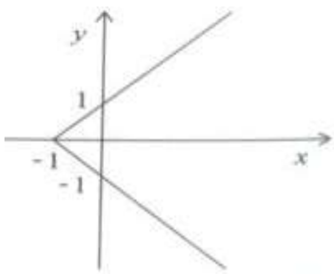

d)



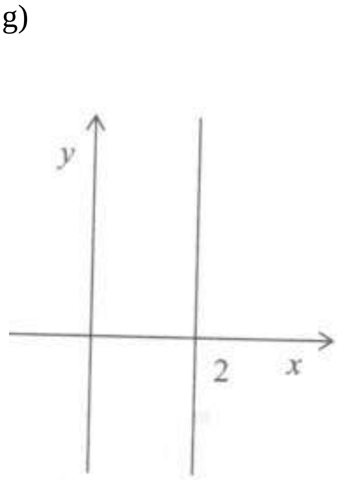

e)



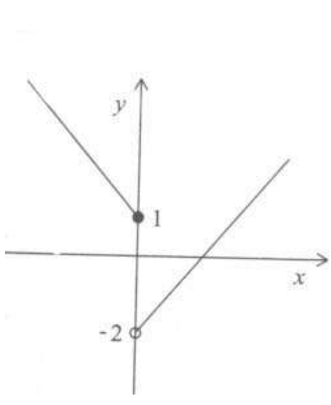

f)




g)

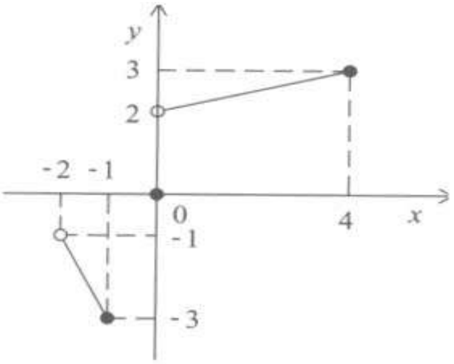



h)

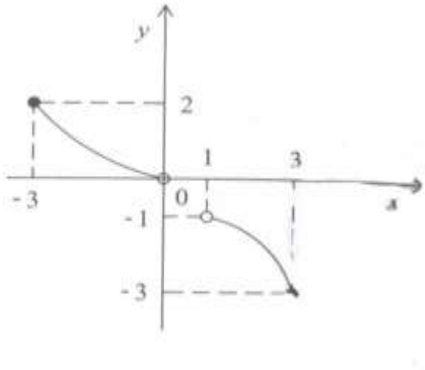


2) Určete definiční obory a obory hodnot funkcí, které jsou dány grafem :

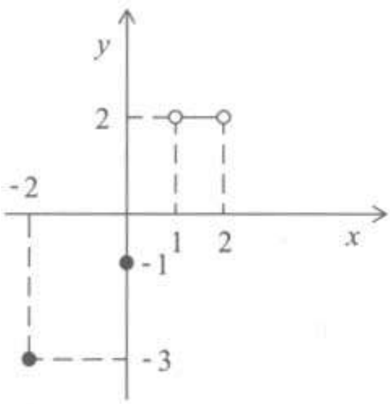
a)



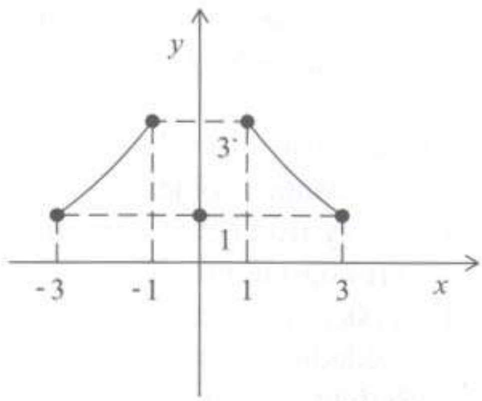

b)



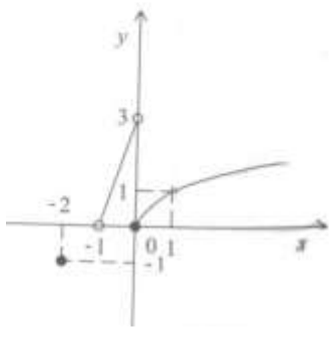

c)



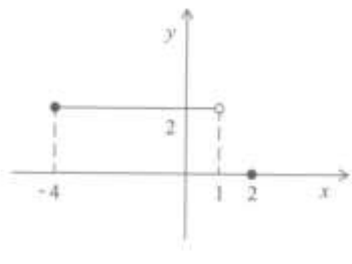

d)




e)

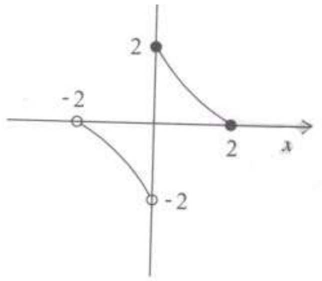


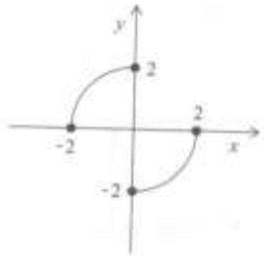

f)




g)

h)




3) Určete definiční obory funkcí :
a) y = 2x – 1
b) y = 5x
c) y = $\frac{2x}{x-1}$
d) y = $\frac{1}{2}x$
e) y = $\frac{5-x}{2x+1}$
f) y = $\sqrt{2x-1}$
g) y = -2. $\sqrt{x+1}$
h) y = $\frac{x}{x^2-9}$
i) y = $\sqrt{\frac{x-3}{x^2+5x+6}}$
j) y = $\frac{\sqrt{x-2}}{x-1}$

4) Určete alespoň čtyři body, které náleží funkci :
a) y = 2x – 1
b) y = $\frac{5-x}{2x+1}$
c) y = $\sqrt{2x-1}$
d) y = $\frac{x}{x^2-9}$
e) y = $x^3 + 2x^2 - x + 4$

5) Sestrojte grafy funkcí :
a) y = 2x – 1
b) y = 5x
c) y = $\frac{2x}{x-1}$
d) y = $\frac{1}{2}x$
e) y = $\frac{5-x}{2x+1}$
f) y = $\sqrt{2x-1}$

6) Z uvedených funkcí určete funkce stoupající :
a) y = 2x – 1
b) y = 5x
c) y = -3x – 2
d) y = $\frac{1}{2}x$
e) y = 5
f) y = -4x + 3
g) y = $x^2$

7) Z uvedených funkcí určete funkce klesající :
a) y = 2x – 1
b) y = 5x
c) y = -3x – 2
d) y = $\frac{1}{2}x$
e) y = 5
f) y = -4x + 3
g) y = $x^2$

8) Z uvedených funkcí určete funkce konstantní :
a) y = 2x – 1
b) y = 5x
c) y = -3x – 2
d) y = $\frac{1}{2}x$
e) y = 5
f) y = -4x + 3
g) y = $x^2$

9) Z uvedených funkcí určete lineární funkce :
a) y = 2x – 1
b) y = 5x
c) y = -3x – 2
d) y = $\frac{1}{2}x$
e) y = 5
f) y = -4x + 3
g) y = $x^2$

10) Z uvedených funkcí určete funkce přímá úměrnost :

a) y = 2x – 1
b) y = 5x
c) y = -3x – 2
d) y = $\frac{1}{2}x$
e) y = 5
f) y = -4x + 3
g) y = $x^2$

11) Funkce je dána tabulkou :

| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | 5 | -1 | -3 | -1 | 5 | 15 | 29 | 47 | 69 |

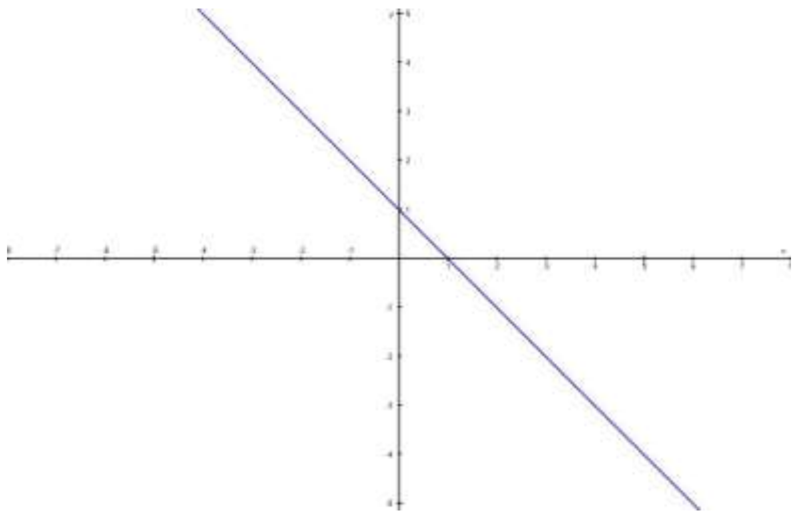
a) zapište definiční obor funkce,
b) zapište obor funkčních hodnot
c) vyhledejte f(3)
d) určete, pro která x je f(x) = -1
e) určete, pro která x je f(x) > 2

12) Najděte takové m, aby byl definiční obor funkce y = $\frac{x}{2x+m}$ roven ( -∞ ; 3 ) ∪ ( 3 ; -∞).

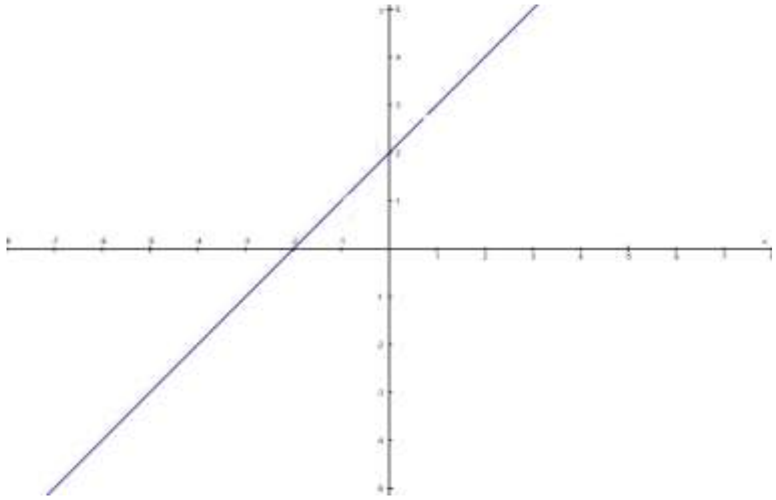
13) Narýsujte graf funkce y = 0,5.x + 1 definičním oborem je :
a) množina celých čísel v intervalu -2 < x < 5
b) množina reálných čísel v intervalu -2 < x < 5
c) množina všech reálných čísel
d) množina přirozených čísel menších než 7.

14) Napište rovnici funkce a definiční obor funkce :

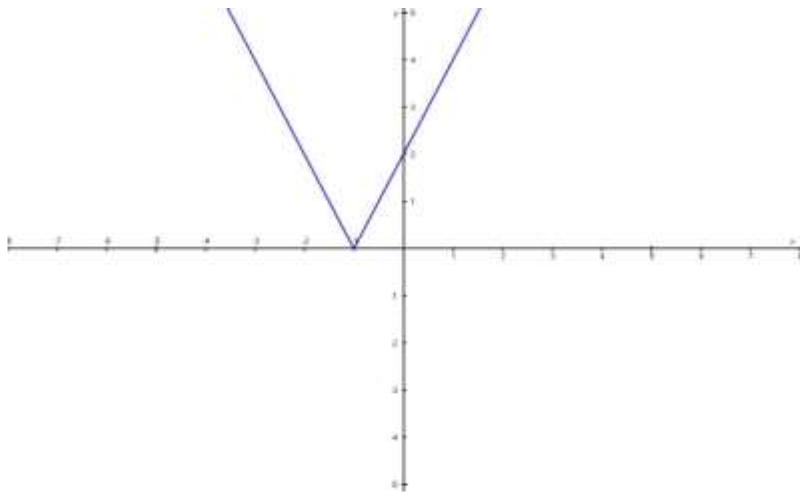
a)



b)



**c)**



15) V souřadném systému zobrazte lichoběžník ABCD A ≡ [ -2 ; 0 ] B ≡ [ 6 ; 0 ]
C ≡ [ 6 ; 6 ] D ≡ [ -1 ; 6 ] :
a) určete obsah lichoběžníku ABCD
b) určete vzdálenost BD
c) určete lineární funkci, jejíž graf prochází body B a D

16) Vypočítej vzdálenost AB :
a) A ≡ [ -2 ; 0 ] B ≡ [ 4 ; 0 ]
b) A ≡ [ -2 ; 0 ] B ≡ [ -2 ; 7 ]
c) A ≡ [ 2 ; 0 ] B ≡ [ 5 ; 4 ]
d) A ≡ [ -3 ; -2 ] B ≡ [ 3 ; 6 ]

17) Napište rovnici lineární funkce, jejíž graf prochází body A ≡ [ 2 ; 1 ] B ≡ [ 0 ; 3 ] . Vypočtěte souřadnice průsečíků grafu této funkce se souřadnicovými osami x a y . Narýsujte graf této funkce.

18) Je dána funkce $y = \frac{x.\ 3x+1}{2x-3}$. Určete definiční obor. Pro která x nabývá funkce hodnotu nula?

19) Napište rovnici lineární funkce, pro kterou platí f(-1) = 7 a f(3) = -5.

20) Graf lineární funkce prochází body K ≡ [ 3 ; 2 ] L ≡ [ -1 ; 4. ] Napište souřadnice průsečíků tohoto grafu s osami x a y aniž by jste daný graf narýsovali.

21) Funkce je dána rovnicí y = -2x + 3. Sestroj její graf a urči :
a) průsečíky s osami souřadnic ( výpočtem a ověř konstrukcí )

b) pro které hodnoty proměnné x nabývá funkce hodnoty menší než 5.

22) Prochází graf funkce $y = 3x^2$ počátkem soustavy souřadnic ?

23) Funkce je dána předpisem y = -4x – 3 Určete :
a) zda je funkcí klesající či stoupající
b) zda bod A ≡ [ -2 ; 4 ] náleží funkci
c) průsečíky grafu s osami souřadnic
d) určete druhou souřadnici body B, který leží na grafu a jehož x-ová souřadnice -0,5.

24) Telekomunikační firma nabízí účtování pomocí dvou tarifů. Při prvním způsobu připojení se zaplatí měsíční poplatek 180.- Kč a cena za jeden impuls je 2.50 Kč. Druhou možností je připojení se stejným měsíčním poplatkem a s cenou za jeden impuls 4.- Kč, ale s měsíční slevou 90.- Kč. Určete, při kolika provolaných impulsech za měsíc je finančně výhodnější první a kdy druhý tarif.

25) Každému přirozenému číslu menšímu než 5 je funkcí f přiřazeno číslo, které je o dvě menší než jeho převrácená hodnota. Zapište :
a) funkci vztahem a určete definiční obor
b) určete množinu všech funkčních hodnot
c) narýsujte graf dané funkce.

## Výsledky příkladů

**2 b)** E ≡[ 0 ; $2.\sqrt{3}-1$ ] , **d)** ) K ≡ [ -2 ; 3 ] L ≡ [ 2 ; 3 ] M ≡[ 0 ; 2 - $3\sqrt{2}$ ],
**e)** X ≡ [ 2 ; 1 ] Y ≡ [ -2 ; -1 ] Z ≡[ 0 ; - $3\sqrt{2}$ ],
**3)** na přímce XY leží body C, D,
**4 a)** y = 5x , **b)** S = 5b , **c)** O = 2b + 10 , **d)** y = 25x ,
**6 a)** < -2 ; 2 > , **b)** < -1 ; 3 > , **c)** { 0; 1 ; 2 ; 3 } , **d)** < 0 ; 3 ) ,
**7 a)** R – množina všech reálných čísel, **b)** R , **c)** R , **d)** R x ≠ -3 , **e)** R x ≠ 0 ,
**f)** R $x \neq -\frac{1}{3}$ , **g)** R x ≠ -3 x ≠ 3 , **h)** R x ≥ 0 , **ch)** R x ≥ 0 , **i)** R x ≠ 4 ,
**j)** < -0,2 ; 0,2 > nebo < 1 ; ∞ > , **k)** < -0,2 ; 0,2 > nebo < 1 ; ∞ > , **l)** R x ≠ -3 ,
**m)** R ,
**8) a)** y = 3x + 1; **b)** y = -2x + 3; **c)** y = -3x + 2 ; **d)** y = 3x – 2;
**9a)**

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| x | -8 | -6 | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |

**10 a)** na přímce leží bod B, **b)** na přímce leží bod B, **c)** na přímce leží bod A,
**d)** na přímce leží bod D,
**11)** pouze body B a D leží na grafu,
**12 a)** k = 1,2 , **b)** k = -0,2 , **c)** k = 6,6 , **d)** k = 1,2 , **e)** k = -1 , **f)** k = 2 ,
**13 a)** klesající, **b)** konstantní, **c)** rostoucí, **d)** rostoucí, **e)** klesající, **f)** klesající, **g)** klesající,
**h)** klesající,
**14 a)** množina bodů, **b)** přímka, **c)** množina bodů, **d)** množina bodů , **e)** úsečka bez krajních bodů, **f)** dvě úsečky bez krajních bodů , **g)** množina bodů , **h)** polopřímka bez počátečního bodu, **i)** prázdná množina ,
**15 a)** např. y = 3,5x nebo y = 3x + 1 D = { 2 } nebo přirozená čísla 1 < x < 3,
**b)** libovolná lineární funkce, D = R
**c)** libovolná lineární funkce, D = R x ≥ k nebo x ≤ k k = libovolné reálné číslo,
**d)** y = 3x + 1 D = { 2 ; 3; 4 } , **e)** y = 5x – 1 D : reálná čísla x ≥ -3 nebo x ≤ -3 ,
**f)** y = 5x – 1 D : reálná čísla x > -3 nebo x < -3 , **g)** y = 3x + 1 D : reálná čísla < 2 ; 3 >

**h)** $y = 3x + 1$ D : reálná čísla ( 2 ; 3 ) , **ch)** libovolná lineární funkce D : přirozená nebo celá čísla, popř. část těchto množin, **i)** libovolná lineární funkce D : prázdná množina ,
**16)** Lineární funkce jsou : a, b, m,**17 a)** libovolné reálné číslo, **b)** libovolné reálné číslo,
**18 a)** libovolné reálné číslo, **b)** libovolné reálné číslo, **19)** ano,
**20)** rostoucí lineární funkcí jsou : a, b, h, j,**21)** klesající lineární funkcí jsou : c, d, f, ch
**22)** konstantní lineární funkcí je : e, g, k,
**23)** libovolná reálná funkce, ale rozhoduje definiční obor **a)** D je bod, **b)** D je množina přirozených nebo celých čísel nebo jejich neprázdná podmnožina, **c)** D = R, **d)** D = R
$x \in R$ $x \geq k$ nebo $x \leq k$ k = libovolné reálné číslo, **e)** $D < m ; n >$ kde m a n je libovolné reální číslo $m < n$,

**24 a)** $X \equiv [ -0{,}5 ; 0 ]$ $Y \equiv [ 0 ; 1 ]$ , **b)** $X \equiv [ 1\frac{2}{3} ; 0 ]$ $Y \equiv [ 0 ; -5 ]$ , c) $X \equiv [ 12{,}5 ; 0 ]$
$Y \equiv [ 0 ; -5 ]$ , **d)** s osou x se neprotne $Y \equiv [ 0 ; 4 ]$ , **e)** $X \equiv [ 1{,}5 ; 0 ]$ $Y \equiv [ 0 ; 3 ]$ ,
**f)** $X \equiv [ -2{,}5 ; 0 ]$ $Y \equiv [ 0 ; -0{,}5 ]$ , **g)** s osou x se neprotne $Y \equiv [ 0 ; 1 ]$ ,
**25 a)** $y = 5x + 2$ , **b)** $y = -5x + 2$ , **c)** $y = 5x + 1$ , **d)** $y = 7x + 2$ , **e)** $y = -3x + 4$ ,
**f)** jakákoliv přímá úměra, **g)** $y = -0{,}2x + 5$ , **h)** $y = -4x -0{,}5$ , **i)** $y = 3x + 3$ ,
**j)** $y = 1{,}5x - 3$ , **k)** $y = -1{,}5x - 3$ , **l)** $y = -2x + 1$,
**26)** $b = 5$ , **27 a)** $y = 0{,}5x - 1$ , **b)** $y = -0{,}2x + 0{,}5$ , **c)** $y = 1{,}5x -3$ , **d)** $y = x$ , **e)** $y = 1$,
**f)** $y = -1{,}5x - 3$ ,

**28a)** $y = 0{,}056x$ $D = < 0 ; 714\frac{2}{7} >$ **b)** $40 – 0{,}056x$ $D = < 0 ; 714\frac{2}{7} >$ , **c)** 26 litrů ,

**d)** 500 km, **e)** přibližně 214,3 km, **f)** $714\frac{2}{7}$ km ,

**29 a)** $y = 2x$ $D = R$ $x \in < 0 ; 75 >$ , **b)** $y = 2x + 10$ $D = R$ $x \in < 0 ; 70 >$ ,
**c)** $y = 2x$ $D = R$ $x \in < 0 ; 75 >$ , **d)** $y = 1{,}5x$ $D = R$ $x \in < 0 ; 100 >$ ,
**e)** $y = 1{,}5x + 10$ $D = R$ $x \in < 0 ; 93\frac{1}{3} >$ ,

**30 a)** $y = 1{,}5x$ $D = R$ $x \in < 0 ; 800 >$ , **b)** $y = 1{,}5x + 500$ $D = R$ $x \in < 0 ; 466\frac{2}{3} >$ ,
**c)** $y = x$ $D = R$ $x \in < 0 ; 1\,200 >$ , **d)** $y = x + 500$ $D = R$ $x \in < 0 ; 700 >$ ,
**e)** $y = 1\,200 – 0{,}5x$ $D = R$ $x \in < 0 ; 2\,400 >$ ,
**31** vycházíme z předpokladu, že bod [ 0 ; 0 ] není součástí žádného kvadrantu : **a)** ano jestliže $b > 0$ , **b)** není možné, **c)** není možné, **d)** ano jestliže $b > 0$ , **e)** ano, **f)** pro $b < 0$, ale bude také procházet druhým kvadrantem,

**32 a)** $y = 1{,}5x + 2$ , **b)** $y = -1{,}5x + 1$ , **c)** $y = 3$ , **d)** nemůže být funkcí, **e)** $y = -1\frac{1}{3}x + 1$ ,
**f)** $y = 2x + 3$ ,
**33 a)** $y = 2x + 8$ , **b)** $y = -2x$ , **c)** $y = -x + 5$ , **d)** $y = x + 4$ , **e)** $y = 6x + 12$ ,
**f)** $y = 2x + 9$
**34) a)** $y = 4x – 3$; **b)** $–5x + 2$;

## Výsledky souhrnných cvičení

**1)** grafem je příklad : a, b, c, d, h,
**2 a)** D : $x \in R$ $x \in ( -2 ; -1 > \cup < 0 ; 4 >$ , **b)** D : $x \in R$ $x \in < -3 ; 0 ) \cup ( 1 ; 3 >$ ,
**c)** D : $x \in \{ -2 ; 0 \} \cup x \in R$ $x \in ( 1 ; 2 )$ , **d)** D : $x \in R$ $x \in < -3 ; -1 > \cup x = 0 \cup$ $x \in R$ $x \in < 1 ; 3 >$ , **e)** D : $x = -2 \cup x \in R$ $x \in < -1 ; \infty >$ ,
**f)** D : $x \in R$ $x \in < -4 ; 1 ) \cup x = 2$ , **g)** D : $x \in R$ $x \in ( -2 ; 2 >$ , **h)** není funkcí ,
**3 a)** R , **b)** R , **c)** R $x \neq 1$ , **d)** R , **e)** R $x \neq -0{,}5$ , **f)** R $x \geq 0{,}5$ , **g)** R $x \geq -1$ , **h)** R $x \neq 3$ $x \neq -3$ , **i)** R $x \geq 3$ , **j)** R $x \geq 2$ ,
**4)** zvolíme libovolné x , dosadíme ho do rovnice funkce a vypočítáme příslušné y ,
**6)** stoupající funkce jsou : a, b, d, g v intervalu D = R $x \in < 0 ; \infty >$ ,

**7)** klesající funkce jsou : c, f, g v intervalu D = R x $\in$ < $\infty$ ; 0 > , **8)** konstantní funkcí je : e,
**9)** lineární funkcí je : a, b, c, d, e, f, **10)** přímou úměrností je funkce : b,d,
**11 a)** D : x $\in$ C ( množina celých čísel ) x $\in$ < -2 ; 6 > , **b)** { -3 ; -1 ; 5 ; 15 ; 29 ; 47 ; 69 },
**c)** f(3) = 15 , **d)** { -1 ; 1 }, **e)** {-2 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5; 6 },
**12)** m = -6 ,**14 a)** y = - x + 1 D = R , **b)** y = x + 2 D = R , **c)** y = 2.$|$x + 1$|$,
**15 a)** 18jednotek na druhou, **b)** vzdálenost BD je $\sqrt{58}$ , **c)** y = -3x,
**16 a)** 6 jednotek, **b)** 7 jednotek, **c)** 5 jednotek, **d)** 10 jednotek,
**17)** y = -x + 3 , X ≡ [ 3 ; 0 ] Y ≡ [ 0 ; 3 ] ,**18)** $-\infty, 1{,}5 \cup 1{,}5, \infty$ , x = 0 x = -$\frac{1}{3}$ ,
**19)** y = -3x + 4,**20)** X ≡ [ 7 ; 0 ] Y ≡ [ 0 ; 3,5 ] ,
**21a)** X ≡ [ 1,5 ; 0 ] Y ≡ [ 0 ; 3] , **b)** x > -1 ,
**22)** ano, prochází průsečíkem souřadnic,
**23 a)** klesající , **b)** bod nenáleží dané funkci , **c)** X ≡ [ -0,75 ; 0 ] Y ≡ [ 0 ; -3] , **d)** -1,
**24)** první tarif je výhodnější při provolání více než 60 impulsů, druhý při provolání méně než 60 impulsů,
**25 a)** y = $\frac{1}{x}$ - 2 , D = { 1 ; 2 ; 3 ; 4 } , **b)** H = { -1 ; -1,5 ; $-1\frac{2}{3}$ ; -1,75 } ,