7. Konstrukční úlohy

7.1. Množiny bodů dané vlastnosti

Geometrickým místem bodů dané vlastnosti budeme označovat množinu všech bodů, které mají tuto vlastnost. Body, které tuto vlastnost nemají, do této množiny nepatří.

7.1.1. Geometrické místo bodů – GMB

a) **bod A**
GMB mající stejnou vzdálenost (r) od bodu A je **kružnice** určená středem v bodě A mající poloměr r.

GMB mající vzdálenost menší než r od bodu A je **kruh** určený středem v bodě A mající poloměr r, kromě kružnice na obvodu kruhu.

GMB mající vzdálenost menší nebo rovnu r od bodu A je **kruh** určený středem v bodě A mající poloměr r.

GMB mající vzdálenost větší než r od bodu A je **doplněk ke kruhu** určeného středem v bodě A mající poloměr r.

GMB mající vzdálenost větší nebo rovnu r od bodu A je **doplněk ke kruhu** určeného středem v bodě A mající poloměr r a kružnice po obvodu tohoto kruhu.

b) **přímka p**
GMB mající stejnou vzdálenost (r) od přímky p jsou **dvě rovnoběžky** a a b s přímkou p ve vzdálenosti r.

GMB mající menší vzdálenost než r od přímky p je **pás ohraničení dvěma rovnoběžkami** a a b s přímkou p ve vzdálenosti r, přičemž přímky a a b do tohoto GMB nepatří.

GMB mající menší vzdálenost nebo rovnu r od přímky p je **pás ohraničení dvěma rovnoběžkami** a a b s přímkou p ve vzdálenosti r, přičemž přímky a a b do tohoto GMB patří.

GMB mající větší vzdálenost než r od přímky p je **doplněk pásu ohraničeného dvěma rovnoběžkami** a a b s přímkou p ve vzdálenosti r, přičemž přímky a a b do tohoto GMB nepatří.

GMB mající větší vzdálenost nebo rovnu r od přímky p je **doplněk pásu ohraničeného dvěma rovnoběžkami** a a b s přímkou p ve vzdálenosti r, přičemž přímky a a b do tohoto GMB patří.

c) **úsečka AB**
GMB mající stejnou vzdálenost (r) od krajních bodů úsečky AB je **osa úsečky** AB.

GMB mající větší vzdálenost od bodu A než od bodu B je **polorovina** určená osou úsečky AB a bodem B, přičemž osa úsečky AB do tohoto GMB nepatří.

GMB mající větší nebo stejnou vzdálenost od bodu A než od bodu B je **polorovina** určená osou úsečky AB a bodem B, přičemž osa úsečky AB do tohoto GMB patří.

GMB mající menší vzdálenost od bodu A než od bodu B je **polorovina** určená osou úsečky AB a bodem A, přičemž osa úsečky AB do tohoto GMB nepatří.

GMB mající menší nebo stejnou vzdálenost od bodu A než od bodu B je **polorovina** určená osou úsečky AB a bodem A, přičemž osa úsečky AB do tohoto GMB patří.

d) **dvě rovnoběžné přímky a a b**
GMB mající stejnou vzdálenost od rovnoběžek a a b je **přímka** p rovnoběžná s přímkami a a b, která prochází středem pásu ohraničeného přímkami a a b (přímku p nazýváme osa pásu).

GMB mající větší vzdálenost od přímky a než od přímky b je **polorovina** určená přímkou p (osa pásu) a přímkou b, přičemž osa pásu nepatří do GMB.

GMB mající větší nebo stejnou vzdálenost od přímky a než od přímky b je **polorovina** určená přímkou p (osa pásu) a přímkou b, přičemž osa pásu patří do GMB.

GMB mající menší vzdálenost od přímky a než od přímky b je **polorovina** určená přímkou p (osa pásu) a přímkou a, přičemž osa pásu nepatří do GMB.

GMB mající menší nebo stejnou vzdálenost od přímky a než od přímky b je **polorovina** určená přímkou p (osa pásu) a přímkou a, přičemž osa pásu patří do GMB.

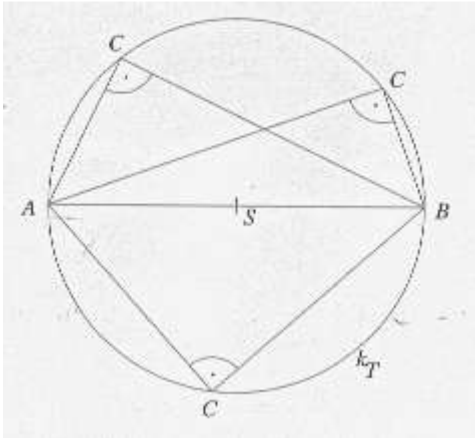
e) **dvě různoběžné přímky**
GMB mající stejnou vzdálenost od různoběžek a a b jsou **přímky** p a q, které jsou osami úhlů vytvořeného přímkami a a b.

f) **kružnice** k určená středem S a poloměrem r
GMB mající vzdálenost q od kružnice k jsou **soustředné kružnice** s kružnicí k o poloměru r+q a r-q (pokud r-q > 0).

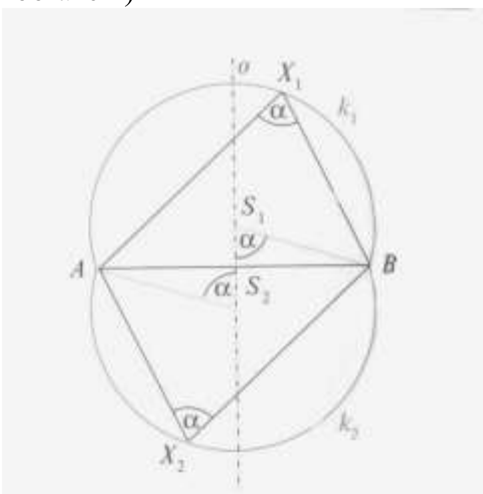
GMB mající od kružnice k vzdálenost menší než q je **mezikruží** určené soustřednými kružnice s kružnicí k o poloměru r+g a r-q. Pokud je r-q ≤ 0, pak GMB je **kruh** K určený středem S a poloměrem r+q.

GMB mající od kružnice k vzdálenost větší než q je **sjednocení doplňku ke kruhu** K_1 určeného středem S a poloměrem r+q a **kruhu** K_2, určeného středem S a poloměrem r-g (pokud existuje), přičemž kružnice po obvodu tohoto kruhu do GMB nepatří.

g) **vrcholů pravých úhlů**
GMB vrcholů pravých úhlů sestrojených nad úsečkou AB je **kružnice** (Thaletova kružnice k_T), která má střed ve středu úsečky AB a poloměrem rovnající se polovině velikosti úsečky AB, přičemž body A a B do tohoto místa nepatří .



h) **bodů z nichž je vidět úsečku AB pod úhlem α**
GMB z nichž je vidět úsečku AB pod úhlem α jsou dva **kružnicové oblouky** k_1 a k_2 určené středy S_1 a S_2 s poloměrem AS_1. (podrobněji obrázek)



7.1.2. Geometrická místa středů kružnic (GMS_k)

a) **bod A**
GMS_k, mající poloměr r , a procházející bodem A je **kružnice** určená středem v bodě A mající poloměr r.

b) **přímka p**
GMS_k, mající poloměr r, a dotýkajících se přímky p jsou **dvě rovnoběžky** a a b s přímkou p ve vzdálenosti r.
GMS_k, mající poloměr r, a vytínající na přímce p tětivu o velikosti x jsou dvě rovnoběžky a a b s přímkou p ve vzdálenosti $\frac{1}{2}.\sqrt{4r^2 - x^2}$.
GMS_k dotýkající se přímky p v bodě $T \in p$ je **kolmá přímka** a na přímku p procházející bodem T.

c) **úsečka AB**
GMS_k procházejícími body A a B je **osa úsečky** AB.

d) **dvě rovnoběžné přímky a a b**
GMS_k dotýkající se dvou rovnoběžek a a b je **osa pásu**, který je ohraničen rovnoběžkami a a b.

e) **dvě různoběžné přímky**

GMS_k dotýkající se dvou různoběžek a a b je **osy úhlů**, které jsou tvořeny různoběžkami a a b.

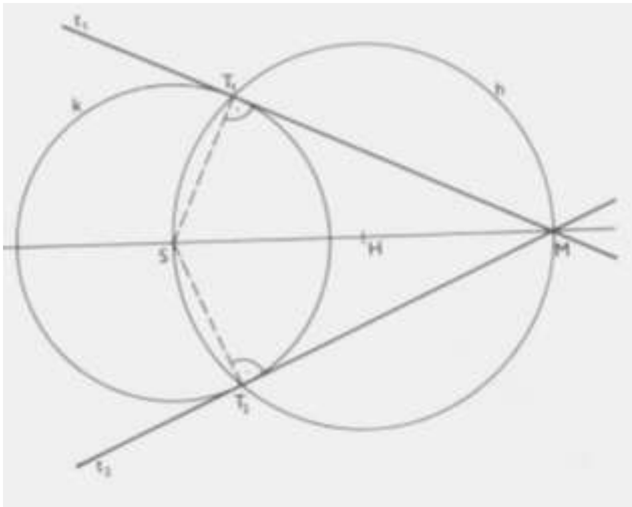
f) **kružnice k určená středem S a poloměrem q**
GMS_k, mající poloměr r, a dotýkající se kružnice k jsou **dvě soustředné kružnice**, mající střed v bodě S a poloměr q+r nebo g-r, pokud existuje.

7.2. Základní konstrukční úlohy

Konstrukční úloha se skládá se zadání, náčrtu, rozboru, postupu konstrukce, konstrukce, důkazu, diskuze.

Příklad : Narýsujte kružnici k (S ; 2 cm) . Vyznačte bod M tak, aby platilo |MS| = 6 cm. Sestrojte tečny t_1 a t_2 kružnice k procházející bodem M.

Náčtek :
Rozbor :

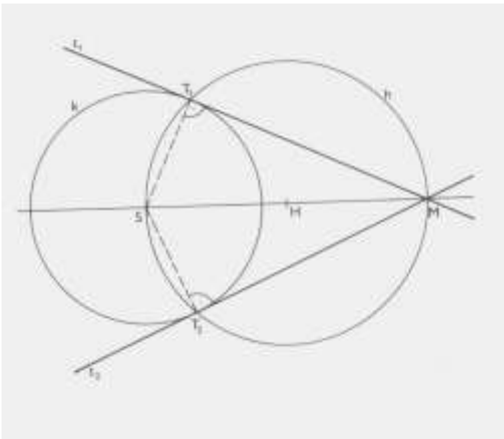


T_1 a T_2 jsou body dotyku tečen kružnice k z bodu M. Jsou to vrcholy pravých úhlů pravoúhlých trojúhelníků sestrojených nad SM jako průměr.

h – Thaletova kružnice

Postup :
1) k ; k (S ; 2 cm)
2) |SM| = 6 cm
3) |SH| = |HM| $H \in SM$
4) h ; h (H ; 3 cm)
5) $k \cap h \equiv T_1, T_2$
6) $MT_1 \equiv t_1$ $MT_2 \equiv t_2$

Konstrukce :

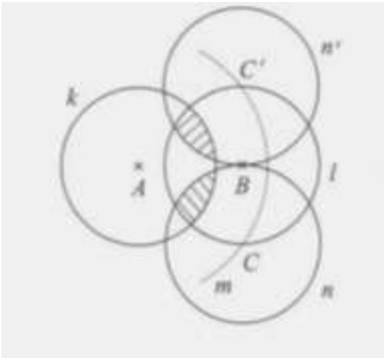


Diskuze : **úloha má v dané polorovině dvě řešení.**

Příklad 1 : Narýsujte kružnici k (S ; 3,5 cm) a přímku p, která prochází bodem S. Přímka r prochází bodem S a svírá s přímkou p úhel 30°. Sestrojte :
a) tečny ke kružnici k rovnoběžné s přímkou p
b) tečny ke kružnici k rovnoběžné s přímkou r
c) tečny ke kružnici k kolmé na přímku p
d) tečny ke kružnici k kolmé na přímku r

Příklad : Jsou dány body A a B ve vzdálenosti 2 cm. Sestrojte bod C tak, aby platilo :
| AC | = 2,5 cm, | BC | = 1,5 cm . Vyšetřete množinu všech bodů X, jejichž vzdálenost od bodů A, B, C je menší než nebo rovna 1,5 cm.

Náčrtek :

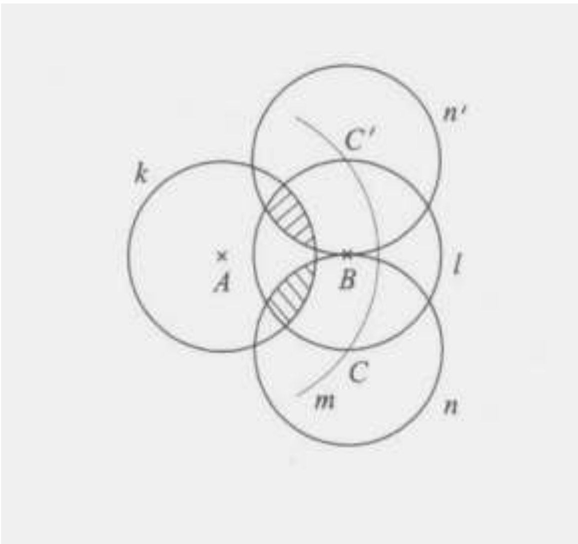


Rozbor:
1) GMB C : k (A ; 2,5 cm); l (B ; 1,5 cm)

2) GMB X : n (C ; 1,5 cm); n’ (C’ ; 1,5 cm)

Postup konstrukce :
1) k ; k (A ; 2,5 cm)
2) AB ; | AB | = 2 cm
3) l ; l (B ; 1,5 cm)
4) $k \cap l \equiv C$; C ’
5) n ; n (C ; 1,5 cm)
6) n’ ; n’ (C’ ; 1,5 cm)
7) vyšrafování GMB X

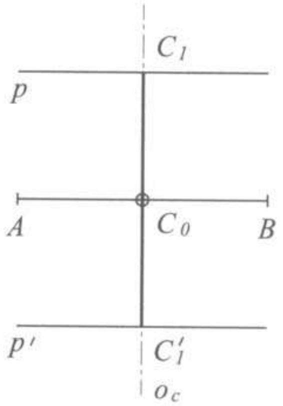
Konstrukce :



Diskuze bodu C : **2 řešení v rovině – platí-li trojúhelníková nerovnost** pro ΔABC
1 řešení v rovině – platí-li | AC | = | AB | + | BC |
0 řešení v rovině – platí-li | AC | > | AB | + | BC |

Příklad : Vyšetřete množinu všech vrcholů rovnoramenných trojúhelníků ABC se základnou AB, je-li dáno : c = 3 cm $v_c \leq 1{,}5$ cm.

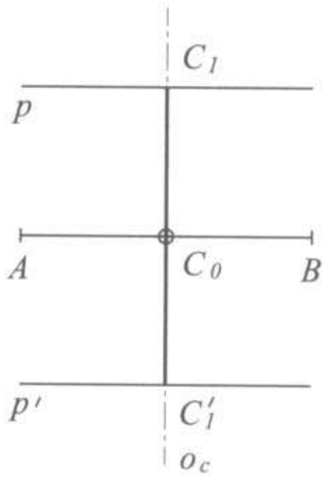
Náčrtek :



Rozbor : GMB C - osa úsečky AB
- pás ohraničený p || p' || AB přímky p a p' ve vzdálenosti 1,5 cm od AB

Postup konstrukce : 1) AB ; | AB | = 3 cm
2) C_0 ; $|AC_0| = |C_0B|$ $C_0 \in AB$
3) o_c ; $o_c \perp AB$ $C_0 \in o_c$
4) p, p' ; p || p' || AB přímky p a p' ve vzdálenosti 1,5 cm od AB
5) $o_c \cap p \equiv C_1$ $o_c \cap p' \equiv C_1'$
6) C_1C_1'

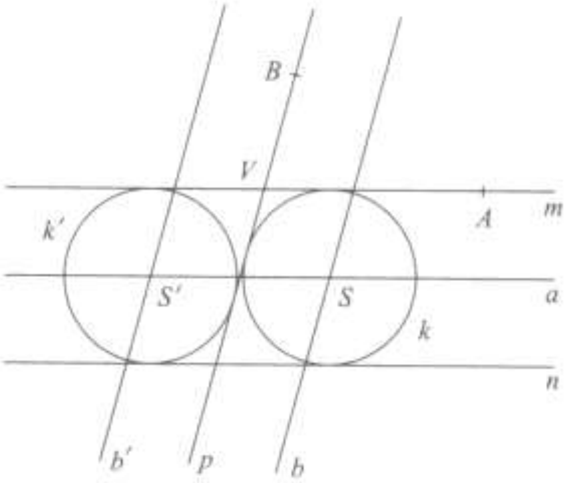
Konstrukce :



Diskuze : **je-li $v_c > 0$ je GMB C úsečka C_1C_1', kromě bodu C_0**
je-li $v_c = 0$ GMB C neexistuje

Příklad : Vyšetřete množinu středů všech kružnic, které se dotýkají rovnoběžek m a n , vzdálených od sebe 22 mm a přímky p, jež svírá s jednou z rovnoběžek úhel velikosti 75°.

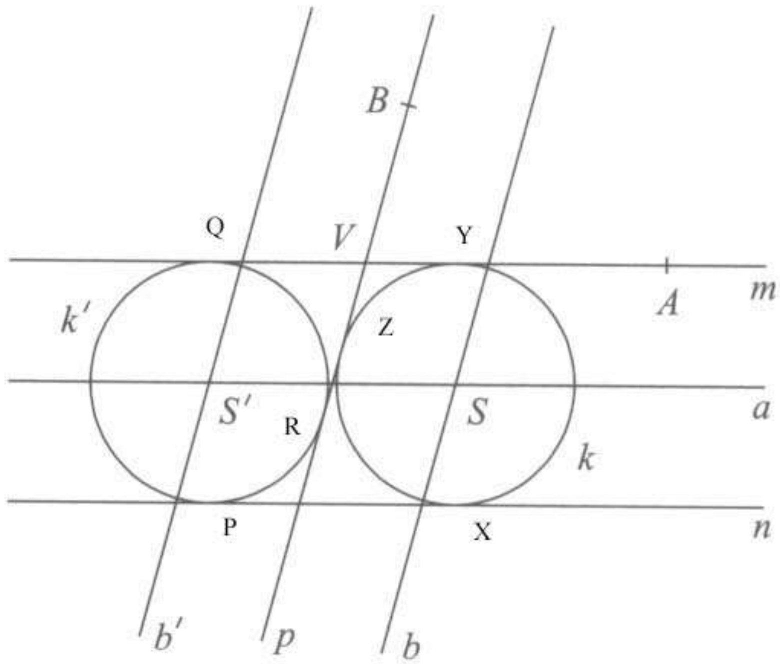
Náčrtek :



Rozbor : GMS_k S - osa pásu určeného rovnoběžkami m a n
- rovnoběžky s přímkou p ve vzdálenosti 11 mm

Postup konstrukce : 1) m, n ; m || n ve vzdálenosti 22 mm
2) p ; p svírá s m úhel 75°
3) a ; a – osa pásu určeného m || n
4) b, b' – b || b' || p ve vzdálenosti 11 mm od p
5) b ∩ a ≡ S   b' ∩ a ≡ S'
6) body dotyku k (S ; 11 mm) s přímkami m, n, p (X, Y, Z)
7) k (S ; 11 mm)
8) body dotyku k' (S' ; 11 mm) s přímkami m, n, p (P, Q, R)
9) k' (S' ; 11 mm)

Konstrukce :



Příklad 2 : Narýsujte přímku h a bod D, který je vzdálen od přímky h 5 cm. Sestrojte bod X tak, aby byl vzdálen od přímky h 3,5 cm a od bodu D 2 cm.

Příklad 3 : Jsou dány tři různé body A, B , C a přímka p, která neprochází body A , B a C.

Určete : a) GMB mající stejnou vzdálenost od bodů A a B
b) GMB mající stejnou vzdálenost od bodů A , B a C
c) GMS_k procházející A a B
d) GMS_k procházející A , B a C
e) GMS_k mající poloměr 2 cm a procházející A a B
f) GMS_k mající poloměr 2 cm a procházející A , B a C
g) GMS_k procházející body A a B a dotýkající se přímky p
h) GMS_k mající poloměr 2 cm, procházející body A a B a dotýkající se přímky p

Příklad 4 : Je dána přímka a a bod A, který je vzdálen od přímky a 4 cm.
Určete : a) GMB mající vzdálenost od bodu A 3 cm
b) GMB mající vzdálenost od přímky a 3 cm
c) GMB mající vzdálenost od bodu A 3 cm a od přímky a 2 cm
d) GMS_k mající poloměr 3 cm a procházející bodem A

Příklad 5 : Jsou dány dvě různoběžné přímky a a b, které svírají úhel 50 °.
Určete : a) GMS_k, které se dotýkají přímek a a b
b) GMS_k, která má poloměr 3 cm a dotýká se přímek a a b
c) GMS_k, která má poloměr 3 cm a dotýká se přímky a a na přímce b vytíná tětivu | XY | = 1 cm

Příklad 6 : Jsou dány rovnoběžky a a b , které jsou vzdáleny od sebe 6 cm. Sestrojte kružnici k, která se dotýká s přímkou a a na přímce b vytíná tětivu | AB | = 3 cm.

Příklad 7 : Je dána kružnice l (S ; 5 cm). Její největší tětivu nazveme AB. Narýsujte kružnice, které mají poloměr 1 cm a dotýkají se kružnice l v bodě A nebo v bodě B.

7.3. Konstrukce trojúhelníků

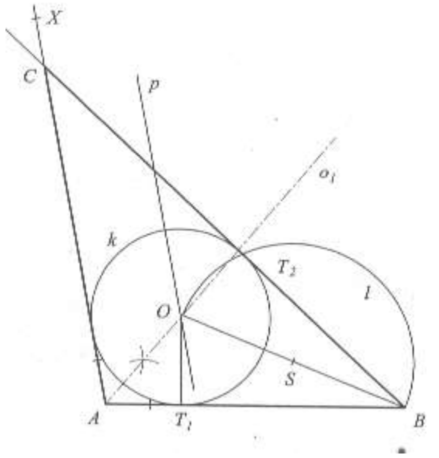
Na začátek si zopakujeme konstrukce trojúhelníků, které jsme probírali v 6. ročníku v 7. kapitole.

Příklad 8 : Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno :

a) a, b c,	b) a, b, α ,	c) a, b, γ ,	d) a, b, v_a,
e) a, b, t_a,	f) a, b, r,	g) a, α , β ,	h) a, β , γ ,
i) a, β , v_a,	j) a, β , t_a,	k) a, β , t_c,	l) a, β , r,
m) a, v_a, t_a,	n) a, v_a, r,	o) a, t_a, t_b,	p) a, t_b, t_c,

Příklad : Sestrojte trojúhelník ABC je-li dáno : c = 4,5 cm, α = 100°, ρ = 1,5 cm

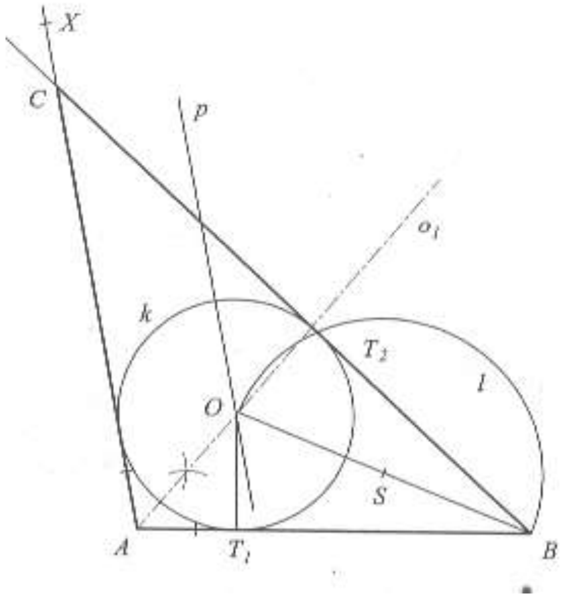
Náčrtek :



Rozbor :
1) GMB O (střed kružnice vepsané)
- přímka p || s ramenem úhlu α
- o_1 osa úhlu α
2) GMB T_2 (bod dotyku strany BC s vepsanou kružnicí) - k (O ; 1,5 cm)
- $l\left(B ; \frac{|OB|}{2} \text{ cm} \right)$
3) GMB C (vrchol trojúhelníku)

- polopřímka AX
- polopřímka BT_2

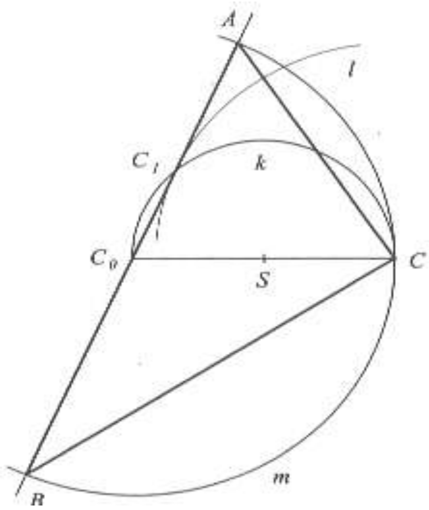
Postup konstrukce : 1) c ; c = 4,5 cm
2) S BAX ; | S BAX | = 100º
3) o_1 – osa S BAX
4) p ; p || AX ve vzdálenosti 1,5 cm
5) $p \cap o_1 \equiv O$
6) k ; k (O ; 1,5 cm)
7) S ; | OS | = | SB | $S \in OB$
8) l ; l (O ; $\frac{|OB|}{2}$ cm)
9) $k \cap l \equiv T_2$
10) $BT_2 \cap AX \equiv C$
11) ΔABC



Důkaz : trojúhelník odpovídá zadaným údajům

Diskuze : bod O – $\underline{o_1}$ a $\underline{p}$ jsou vždy různoběžné a proto bude vždy jeden bod
bod T_2 – kružnice $\underline{k}$ a $\underline{l}$ jsou nesoustředné, přičemž $\underline{l}$ prochází středem kružnice $\underline{k}$,
$\Rightarrow$ $\underline{k}$ a $\underline{l}$ mají v jedné polorovině pouze jeden průsečík
bod C – polopřímky BT_2 a AX jsou různoběžné a proto mají pouze jeden průsečík

Příklad : Sestroj trojúhelník ABC je-li dáno |S ACB | = 90°, t_c = 4,5 cm v_c = 3 cm



Náčrtek : V náčrtku a konstrukci došlo k záměně popisu C_0 a C_1

Rozbor : 1) ΔC_0CC_1
GMB C_1 – k – Thaletova kružnice
l – (C ; t_c)

2) GMB A a B – přímka C_0C_1
- m (C_0; t_c)

Postup konstrukce : 1) CC_0 ; | CC_0 | = t_c = 4,5 cm

2) S ; | C_oS | = | SC | $S \in CC_o$

3) k ; k (S ; / $\frac{t_c}{2}$ / cm)

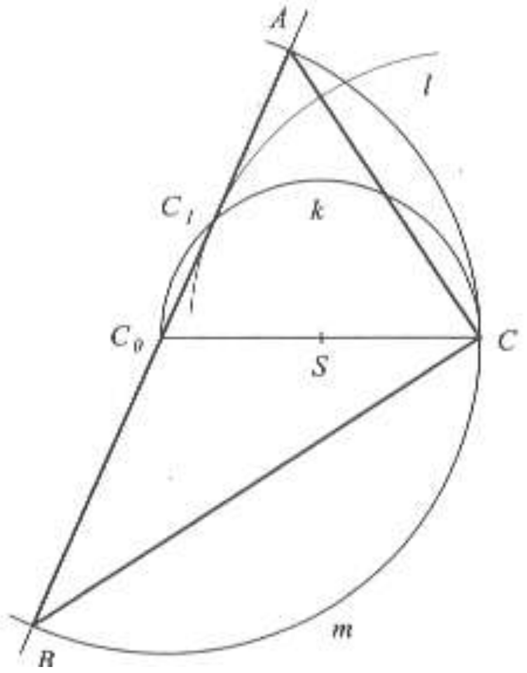
4) l ; l (C ; v_c = 3 cm)

5) $k \cap l \equiv C_1$

6) m ; m (C_o ; t_c = 4,5 cm)

7) $m \cap C_0C_1 \equiv A, B$

Konstrukce :



Důkaz : trojúhelník odpovídá zadaným údajům

Diskuze : C_1 – **$v_c < t_c$ jeden bod C_1**

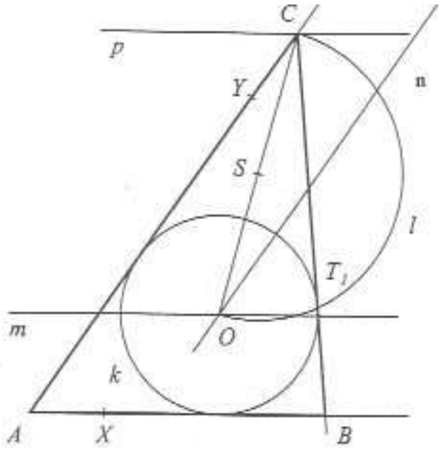
$v_c = t_c$ jeden bod $C_1 \Rightarrow \Delta$ ABC bude pravoúhlý rovnoramenný

$v_c > t_c$ nebude bod $C_1 \Rightarrow \Delta$ ABC nebude existovat

A, B – průsečík přímky a kružnice, která má střed na dané přímce $\Rightarrow$ existují dva body, které jsou oba hledané vrcholy trojúhelníka

Příklad : Sestrojte trojúhelník ABC je-li dáno : $\alpha = 55°$, v_c = 5 cm ρ = 13 mm

Náčrtek :



Rozbor : GMB O (střed kružnice vepsané)

- m || AX ve vzdálenosti ρ = 13 mm
- n || AY ve vzdálenosti ρ = 13 mm

GMB C (vrchol trojúhelníka)

- polopřímka AY
- přímka p || AX ve vzdálenosti v_c = 5cm

GMB T_1 (bod dotyku strany BC

s vepsanou kružnicí)
- k (O ; 13 mm)

- l – Thaletova kružnice nad OC

GMB B - AX

- CT_1

Postup konstrukce : 1) S XAY ; | S XAY | = 55°

2) m || AX ve vzdálenosti ρ = 13 mm

3) n || AY ve vzdálenosti ρ = 13 mm

4) m $\cap$ n ≡ O

5) přímka p || AX ve vzdálenosti v_c = 5cm

6) p $\cap$ AY ≡ C

7) S ; | SO | = | SC | S $\in$ CO

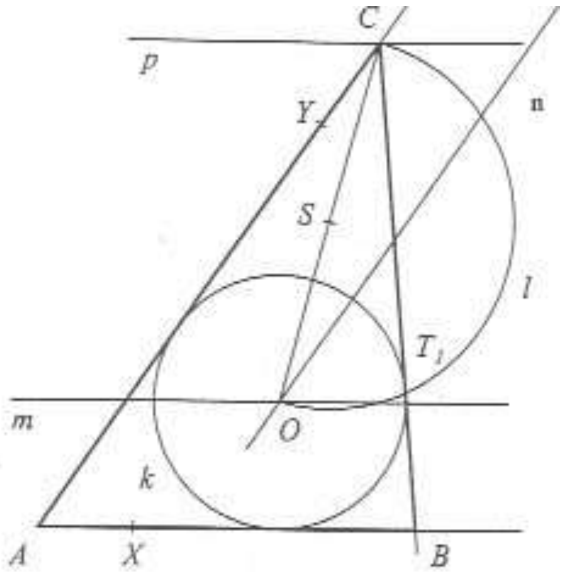
8) l ; l (S ; SO)

9) k ; k (O ; ρ = 13 mm)

10) k $\cap$ l ≡ T_1

11) AX $\cap$ CT_1 ≡ B

Konstrukce :



Důkaz : trojúhelník odpovídá zadaným údajům

Diskuze : O – m a n jsou různoběžky ⇒ pouze jeden bod O

C – AY a p jsou různoběžky ⇒ pouze jeden bod C

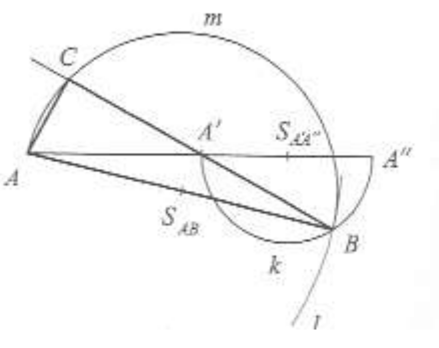
T_1 – kružnice k a l jsou nesoustředné, přičemž l prochází středem kružnice k,

⇒ k a l mají v jedné polorovině pouze jeden průsečík

B – polopřímky AX a CT_1 jsou různoběžné ⇒ pouze jeden bod B.

Příklad : Sestrojte pravoúhlý trojúhelník ABC s přeponou c = 4 cm, t_a = 2,2 cm.

Náčrtek :



Rozbor : 1) Δ ABA'' AA'' = 2.t_a

GMB B : l (A ; c = 4 cm)

| S ACB | = | S ACB | = 90° ⇒

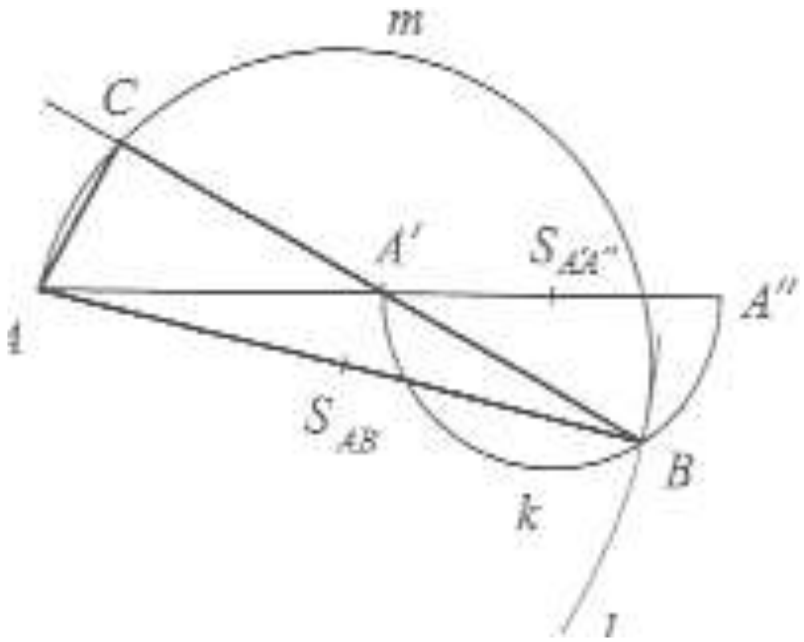
k – Thaletova kružnice nad A'A''

2) GMB C - polopřímka BA'

- m – Thaletova kružnice nad AB

Postup konstrukce : 1) AA’’ ; AA’’ = 2.t_a
2) |AA’| = | A’A’’| = t
3) |A’$S_{A'A''}$| = |A’’ $S_{A'A''}$| $S_{A'A''}$ $\in$ A’’A’
4) k ; k ($S_{A'A''}$; r = 0,5.t_a = 1,1 cm)
5) l ; l (A ; c = 4 cm)
6) k $\cap$ l ≡ B
7) | AS_{AB} | = | S_{AB}B| S_{AB} $\in$ AB
8) m ; m (S_{AB} ; r = 0,5.c = 2 cm cm)
9) m $\cap$BA’ ≡ C

Konstrukce:

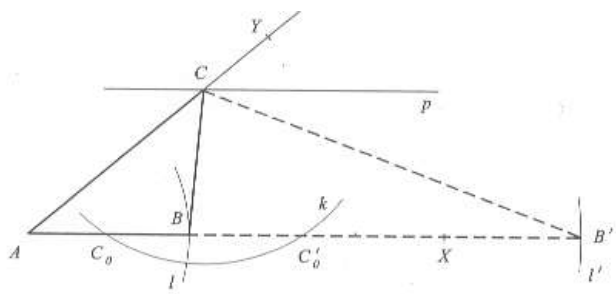


Důkaz : trojúhelník odpovídá zadaným údajům

Diskuze : B – vždy jedno řešení
C – vždy jedno řešení

Příklad : Sestrojte trojúhelník ABC je-li známo . α = 40° v_c = 2,5 cm, t_c= 3 cm

Náčrtek :



Rozbor :
1) GMB C - AY (rameno úhlu XAY)

Postup : 1) S XAY ; | S XAY | = 40°
2) p || AX ve vzdálenosti v_c = 2,5 cm

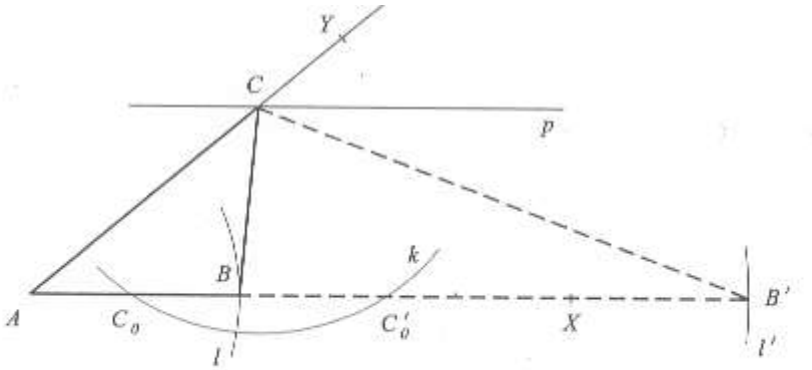
- p || AX ve vzdálenosti v_c = 2,5 cm

2) GMM C_0 - AX (rameno úhlu XAY)
- k (C ; t_c= 3 cm)

3) GMB B - AC_0
- l (C_0 ; C_0A)

3) p ∩ AX ≡ C
4) k ; k (C ; t_c= 3 cm)
5) k ∩ AX ≡ C_0, C_0'
6) l ; l (C_0 ; C_0A)
7) l ∩ AC_0 ≡ B
8) l '; l ' (C_0' ; C_0'A)
9) l' ∩ AC_0' ≡ B'
10) Δ ABC , Δ AB'C

Konstrukce :



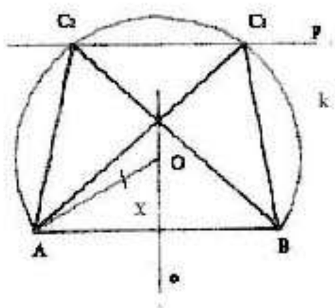
Důkaz : trojúhelník odpovídá zadaným údajům

Diskuze : C – AY a p jsou různoběžky ⇒ pouze jeden bod C
C_0 – **t_c > v_c dvě řešení vrcholu C_0**
t_c = v_c jedno řešení vrcholu C_0
t_c < v_c neexistuje vrchol C_0
B - průsečík přímky a kružnice, která má střed na dané přímce ⇒ existují dva body (z toho jeden je totožný s vrcholem A), druhý bod je hledaný vrchol trojúhelníka

V našem případě, vzhledem k tomu, že existují dva body C_0, lze narýsovat dva trojúhelníky požadovaných vlastností.

Příklad : Sestrojte trojúhelník ABC je-li dáno : c = 5 cm, γ = 60º , v_c = 4 cm.

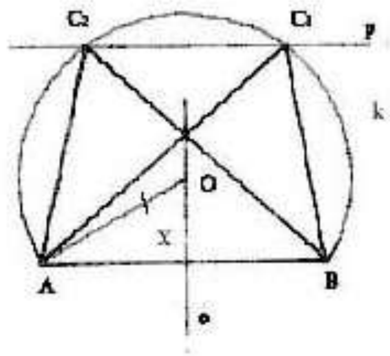
Náčrtek :



Rozbor :
GMB C - p || AB ve vzdálenosti v_c
- k (O ; |AO|)

Postup : 1) AB ; |AB| = 5 cm
2) o ; o – osa AB
3) | S XAB | = 90° - γ = 30°
4) AX ∩ o ≡ O
5) k (O ; |AO|)
6) p || AB ve vzdálenosti v_c = 4 cm
7) p ∩ k ≡ C
8) ΔABC_1 , ΔABC_2

Konstrukce :

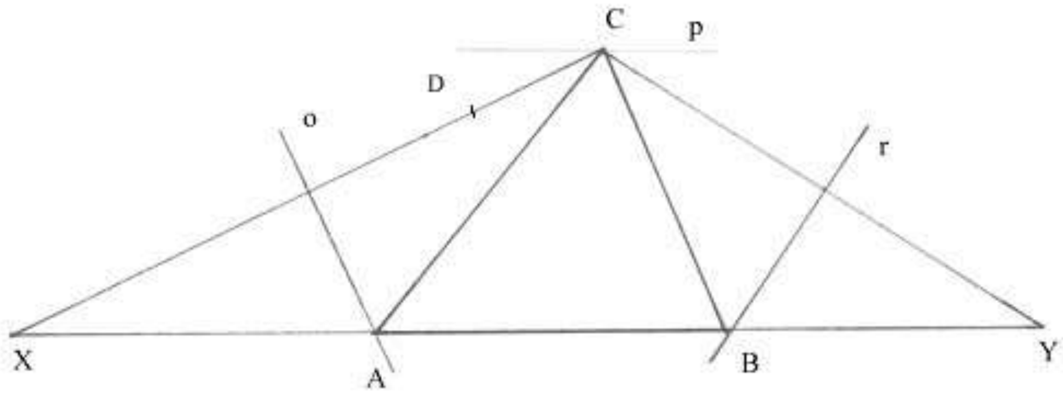


Důkaz : trojúhelník ABC_1 i ABC_2 odpovídá zadaným údajům

Diskuze : O – AX a o jsou různoběžné $\Rightarrow$ vždy jeden bod O
C – **p sečna ke kružnici k** $\Rightarrow$ **2 body C**
– p tečna kružnice k $\Rightarrow$ 1 bod C
– p nesečna kružnice k $\Rightarrow$ neexistuje bod C

Příklad : Sestrojte trojúhelník ABC je-li dáno : obvod trojúhelníka má 14 cm, $v_c = 4$ cm, $\alpha = 44°$.

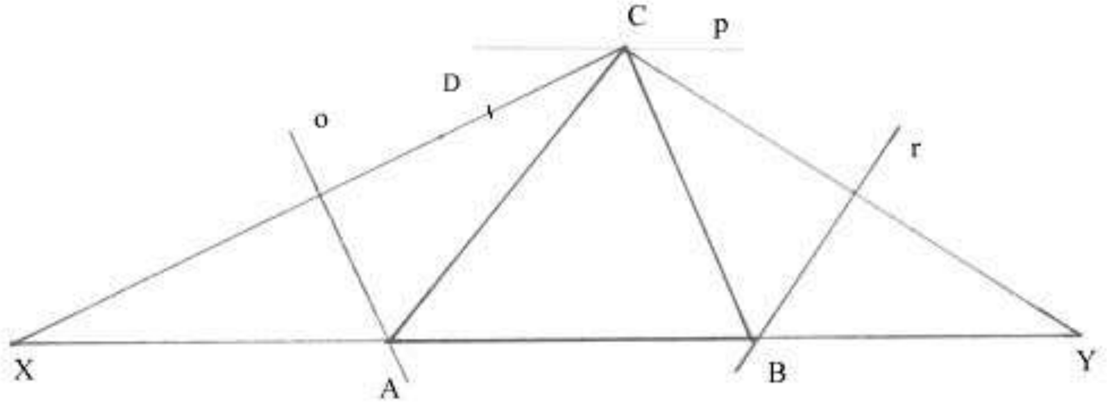
Náčrtek :



Rozbor ΔXYC GMB C – p || XY ve vzdálenosti v_c –
- | ∢ DXY | = $\frac{\alpha}{2}$
GMB A – o (osa XC)
– XY
GMB B – r (osa YC)
– XY

Postup konstrukce : 1) XY ; |XY| = 14 cm
2) p || XY ve vzdálenosti 4 cm
3) ∢ DXY ; | ∢ DXY | = 22°
4) p $\cap$ XD ≡ C
5) o – osa úsečky XC
6) XY $\cap$ o ≡ A

7) r – osa YC
8) $r \cap YB \equiv B$
9) Δ ABC



Důkaz : trojúhelník odpovídá zadaným údajům

Diskuze : C – p a XD jsou různoběžné $\Rightarrow$ jeden bod C
A – o a XY jsou různoběžné $\Rightarrow$ jeden bod A
B – r a XY jsou různoběžné $\Rightarrow$ jeden bod B

Příklad 9 : Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno :
a) b, α, a vzdálenost středu vepsané kružnice od strany AC
b) a, b, v_c, c) a, b, t_c, d) a, β, v_b, e) a, β, ρ, f) a, v_a, v_b, g) a, v_a, t_b,
h) a, v_b, v_c, i) a, v_b, t_a, j) a, v_b, t_b, k) a, v_b, r, $v_b < a$ l) a, v_b, ρ $v_b < a$
m) a, t_a, r, n) α, β, v_a, o) α, β, v_c, p) α, v_a, v_b, q) α, v_b, v_c,
r) α, v_b, t_a, s) α, v_b, t_b $v_b < t_b$, t) α, v_b, t_c, u) α, v_b, r, v) α, v_b, ρ,
w) v_a, t_a, t_b, x) t_a, t_b, t_c,

Příklad 10 : Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno :
a) α, β, r, b) α, β, ρ, c) v_a, t_a, r, d) a, α, v_b, e) a, α, t_a,
f) a+b+c = 10 cm, v_c = 4 cm, β = 25° g) a+b = 8 cm, v_a = 3 cm, γ = 55°
h) a+b = 10 cm, c = 6,2 cm, γ = 70° i) a-b , c , α

Příklad 11 : Sestrojte pravoúhlý trojúhelník , v němž výška k přeponě dělí přeponu na dva úseky c_1 = 3,2 cm, c_2 = 4,1 cm.

Příklad 12 : Sestrojte rovnoramenný trojúhelník ABC, je-li dána délka jeho ramene b = 6 cm a úhel při základně α = 35 °

Příklad 13 : Vrcholy trojúhelníka ABC leží na kružnici <u>k</u> tak, že ji dělí na tři díly v poměru 1 : 2 : 3. Sestrojte tento trojúhelník.

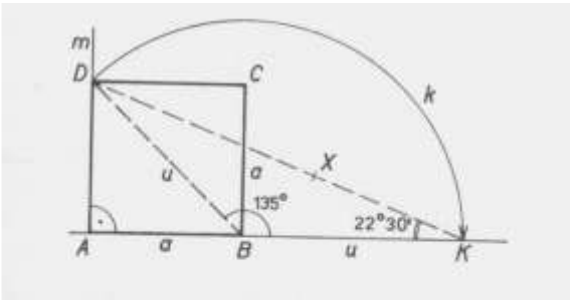
Příklad 14 : Sestrojte rovnoramenný ABC , známe-li polohu bodu A_1, T a libovolného bodu X, který leží na straně BC;

7.4. Konstrukce čtyřúhelníků

Konstrukce čtverce a obdélníka je opakování a rozšíření dříve probraného učiva.

Příklad : Sestrojte čtverec, je-li dán součet délky jeho strany a délky úhlopříčky
a + u = 12 cm.

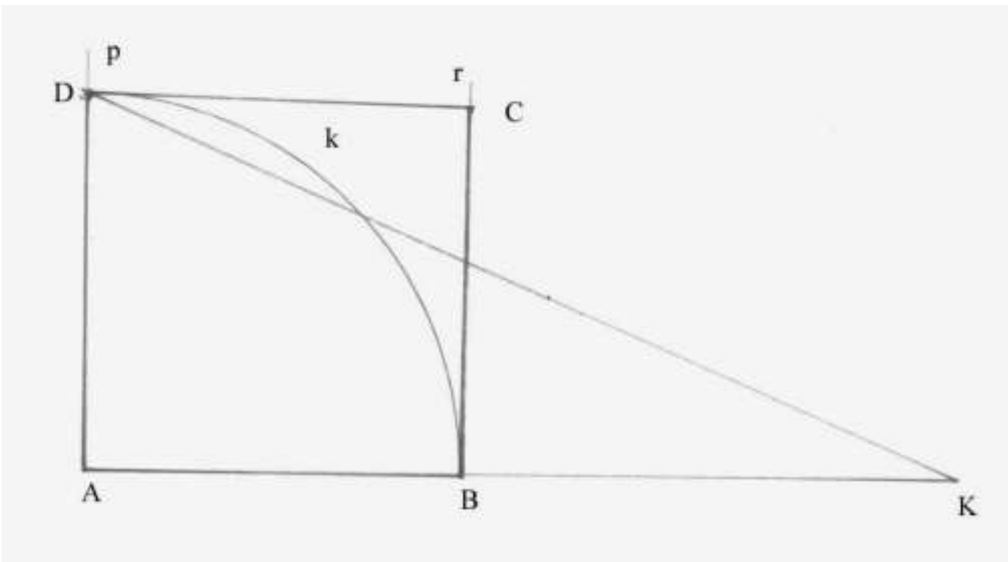
Náčrtek :



Rozbor :
1) ∆ AKD GMB D – m je kolmá na AK
n - | S AKX | = 22° 30'
2) GMB B – k (A ; |AD|)
– AK
3) GMB C – r || AD B ∈ r
– p || AK D ∈ p

Postup konstrukce:
1) AK ; |AK| = 12 cm
2) S KAD ; | S KAD | = 90°
3) S AKX | S AKX | = 22° 30'
4) AD ∩ KX ≡ D
5) k (A ; |AD|)
6) k ∩ AK ≡ B
7) r || AD B ∈ r
8) p || AK D ∈ p
9) p ∩ r ≡ C
10) čtverec ABCD

Konstrukce :



Důkaz : čtverec odpovídá zadaným údajům

Diskuze : D – součet dvou zadaných úhlů je menší než 90° ⇒ jeden bod D
B – kružnice k a úsečka AK má společný pouze jeden bod ⇒ jeden bod B
C – r a p jsou různoběžné ⇒ jeden bod C

Příklad 14 : Sestrojte čtyřúhelník ABCD, známe-li :
a) a = 5 cm, b = 3 cm, e = 5 cm, f = 4,5 cm, α = 60º,
b) a = 3 cm, b = 3 cm, d = 5 cm, δ = 90º, β = 65º,
c) b = 3 cm, d = 2,7 cm, β = 120º, |AC| = 4 cm, |BD| = 3 cm,
d) |AC| = 35 mm, | S DCB | = 110°, r = 2 cm, vzdálenost středu kružnice opsané od strany CD je 1,5 cm,
e) a = 31 mm, c = 28 mm, α = 80º, | S DBA | = 40° a vzdálenost průsečíku úhlopříček od strany AB je 1,5 cm,
f) a = 4,2 cm, e = 4,4 cm, |AD| = |CD| , β = 65º, δ = 100º,
g) a = 5,4 cm, c = 4,8 cm, α = 110º, β = 55º, | S ACB | = 90°,

Příklad 15 : Sestrojte čtverec ABCD, známe-li :
a) u – a = 1 cm,
b) r = 2 cm,

Příklad 16 : Sestrojte obdélník ABCD, známe-li :
a) úhlopříčky mají délku 4,3 cm a | S ASB | = 130°
b) vepsaný do kružnice o poloměru 1,9 cm, víte-li, že b = 2 cm,

Příklad 17 : Sestrojte rovnoběžník ABCD, známe-li :
a) a = 5,2 cm, b = 6,4 cm, β = 45 º,
b) a = 4 cm, α = 65º, e = 7 cm,
c) a = 3,6 cm, e = 4 cm, f = 5 cm,
d) a = 3,8 cm, | S ADC | = 110°, v_a = 2,4 cm,
e) α = 40º, v_b = 2,4 cm, | S BDA | = 90°

Příklad 18 : Sestrojte kosočtverec ABCD, známe-li :
a) a = 4 cm, α = 50º ,
b) e = 5 cm, f = 4 cm,
c) δ = 135º, v_a = 15 mm,
d) α = 40º, ρ = 1 cm,
e) e = 5 cm, ρ = 1,5 cm,
f) a = 2,4 cm, vzdálenost průsečíku úhlopříček od strany AB je 1,1 cm,

Příklad 19 : Sestrojte lichoběžník ABCD (AB || CD) , známe-li :
a) a = 6,2 cm, b = 4 cm, e = 7,5 cm, f = 5 cm,
b) a = 7 cm, b = 3 cm, c = 2 cm, d = 4 cm,
c) a = 6,8 cm , α = 60º, f = 7 cm, c = 3 cm,
d) a = 8 cm, c = 3 cm, v = 3,5 cm, úhlopříčka AC svírá se stranou AB úhel 30º
e) a = 4,7 cm, e = 3,8 cm, f = 3,3 cm, v = 2,4 cm,

Příklad 20 : Sestrojte rovnoramenný lichoběžník ABCD :
a) se základnou AB délky 10 cm, s úhlem DAB velikosti 60º, jestliže úhlopříčka AC svírá s ramenem BC pravý úhel.
b) a – c = 2 cm, b = d = 2 cm, poloměr kružnice opsané lichoběžníku je 4 cm ,
c) c = 2 cm, v = 3 cm, r = 2 cm,
d) a = 4,5 cm, v = 1,4 cm, f = 4 cm,

Příklad 21 : Sestrojte pravoúhlý lichoběžník ABCD (AB || CD) :
a) s pravým úhlem při vrcholu A, a = 6 cm, b = 5 cm, d = 4,5 cm,

b) | S ABC | = 90°, | S ADC | = 130°, f = 3,6 cm, v = 2,6 cm,
c) d = 2 cm, f = 5 cm, | S BAD | = 90°, | S ACB | = 90°,

Deltoid je čtyřúhelník, který je složen ze dvou různých rovnoramenných trojúhelníků se společnou základnou, ale různými délkami výšek k této společné základně.
Úhlopříčky u deltoidu jsou na sebe kolmé.
Deltoid je osově souměrný obrazec podle osy procházejícími hlavními vrcholy rovnoramenných trojúhelníků.

Příklad 22 : Sestrojte deltoid ABCD, je-li dáno :
a) b = 1,6 cm, e = 4,5 cm, f = 2 cm
b) a = 2,6 cm, b = 2 cm, |BD| = 2,4 cm,
c) a = 3,5 cm, b = 2 cm, $\beta = 120°$,

Souhrnná cvičení

1) Vyšetřete GMB vrcholů B trojúhelníka ABC, je-li dáno : b = 5 cm a délka těžnice t_b je větší než 2 cm.

2) Určete množinu všech bodů X mající stejnou vzdálenost od :
a) dvou sousedních stran trojúhelníka b) všech tří stran trojúhelníka
c) dvou sousedních vrcholů trojúhelníka d) všech tří vrcholů trojúhelníka

3) Je dána úsečka | AB | = 2 cm. Vyšetřete množinu všech bodů X, pro něž platí :
| AX | ≤ | BX | ≤ 1,5 cm.

4) Určete množinu středů S všech kružnic, které :
a) mají poloměr 2 cm a dotýkající se přímky p
b) dotýkající se přímky p v bodě P, který leží na této přímce
c) mají poloměr 2 cm a dotýkající se přímky p v bodě P, který leží na této přímce.

5) Určete množinu všech vrcholů A trojúhelníků ABC, platí-li : a = 4 cm v_a < 2 cm, $|S\,CAB| = 90°$.

6) Určete množinu středů všech kružnic, které procházejí vrcholem B a středem strany AD čtverce ABCD.

7) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : a = 10 cm, v_a = 5,5 cm, $\gamma = 60°$.

8) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : a = 8 cm, b = 3 cm, v_a = 2,5 cm.

9) Sestrojte rovnoběžník ABCD, je-li dáno : a = 5 cm, |S BAC| = 35º, |BD| = 6 cm.

10) Sestroj lichoběžník ABCD AB||CD , vepsaný do k (S ; 5 cm), a = 8,5 mm, e = 9,5 cm.

11) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : c = 8 cm, t_c = 5 cm, v_a = 6 cm.

12) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : c = 7 cm, v_c = 5 cm, t_c = 6 cm.

13) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : c = 8 cm, |S BCA| = 90º, v_c = 3 cm.

14) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : a = 6 cm, v_a = 5 cm, v_c = 4,5 cm.

15) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : c = 7,5 cm, v_b = 6 cm, $\beta = 60°$.

16) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : a = 4 cm, b = 6 cm, r = 4 cm

17) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : a = 8 cm, β = 40º, t_a = 3,2 cm

18) Sestrojte rovnoramenný lichoběžník ABCD, je-li dáno a = 10 cm, | S DAB| = 60º, úhlopříčka AC svírá s ramenem BC pravý úhel, a||c.

19) Změřte vzdálenost mezi středy kružnice opsané a vepsané trojúhelníku ABC, je-li dáno : c = 6 cm, β = 75º , α = 45º.

20) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : a = 7 cm, c = 4 cm, v_b = 3 cm.

21) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : c = 8,5 cm, v_c = 63 mm, r = 5 cm.

22) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : α = 45º, v_c = 7,5 cm, t_b = 4 cm.

23) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : a = 5 cm, t_a = 8 cm, r = 6 cm.

24) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : c = 8 cm, t_a = 6 cm, t_b = 7,5 cm.Sestroj trojúhelník středově souměrný podle těžiště.

25) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : c = 8 cm, v_c = 3,5 cm, úhel při vrcholu C je pravý.

26) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : a = 7 cm, α = 60º, v_c = 4 cm.

27) Sestrojte rovnoramenný trojúhelník ABC, je-li dáno : a = 6 cm, b = 6 cm, t_a = 4,5 cm.

28) Sestroj kosočtverec ABCD, je-li dáno : vzdálenost průsečíku úhlopříček od strany AB dlouhé 4 cm je 1,5 cm,

29) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : v_c = 4,5 cm, t_c = 5 cm, α = 45º.

30) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : a = 4 cm, b = 6 cm, v_c = 3,5 cm.

31) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : c = 8 cm, r = 2 cm, |S ABC| = 60º.

32) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : a = 4,5 cm, b = 3,5 cm, v_a = 3 cm.

33) Narýsujte úsečku BC, |BC| = 5,5 cm. Sestrojte všechny body A tak, aby v trojúhelníku ABC byla výška v_c = 3 cm a strana AC měla velikost | AC| = 4 cm.

34) Je dána kružnice k (S ; r = 2,5 cm) a bod A tak, že vzdálenost bodu A od kružnice k je 10 cm. Z bodu A veďte tečny ke kružnici k. Body dotyku označte X a Y. Vypočtěte obsah čtyřúhelníku AXSY.

35) Je dána kružnice (S ; r = 5 cm) a přímka p, která je tečnou kružnice k v bodě M. Sestrojte všechny kružnice h o poloměru v = 1,5 cm tak, aby se dotýkaly přímky p i kružnice k. S kružnicí k mají vnější dotyk.

36) Sestrojte k_1 (A ; r = 4 cm), k_2 (B ; r = 3 cm) se střednou |AB | = 5 cm. Vyznačte množinu všech bodů X, pro něž platí |AX | > 4 cm a zároveň |BX | ≤ 3 cm.

37) Je dána k (S ; r = 2,5 cm). Narýsujte a popište množinu všech středů kružnic, které se **37)** GMS_k je kružnice určená bodem S a poloměre poloviny r = 2,5 cm,,
dotýkají kružnice k a procházejí středem S.

38) Je dána kružnice k (S ; r = 5 cm) a přímka p, která je tečnou kružnice k v bodě M. Sestroj všechny kružnice o poloměru 1,5 cm, které se dotýkají přímky p i kružnice k .

39) Sestrojte pravoúhlý trojúhelník ABC, je-li dáno : ρ = 15 mm, délka odvěsny a = 6 cm.

40) Sestrojte lichoběžník ABCD, kde AB | | CD, je-li dáno a = 1 cm, d = 5 cm, b = 6 cm, |S ADB| = 90º.

41) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : c = 6 cm, t_c = 6 cm, t_a = 3,9 cm.

42) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : a = 4,8 cm, b = 7 cm, t_b = 4,5 cm.

43) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : c = 7 cm, t_a = 6 cm, t_c = 4,5 cm.

44) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : β = 45º, v_c = 4 cm, t_c = 4,5 cm.

45) Je dána úsečka AB, jejíž délka je 8 cm. Sestroj všechny pravoúhlé trojúhelníky ABC s obsahem rovným 8 cm^2 a pravým úhlem u vrcholu C.

46) Sestroj rovnoběžník ABCD, je-li dáno a = 55 mm, e = 7 cm, , |S ASB| = 120º, kde S je průsečík úhlopříček.

47) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : v_a = 7 cm, α = 60º, c = 8 cm.

48) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : c = 6 cm, α = 60º, ρ = 2 cm.

49) Sestrojte lichoběžník ABCD AB ||CD, je-li : a = 8cm, e = 6,4 cm, d = 5,6 cm, |S ABC| = 50º.

50) Sestrojte obecný čtyřúhelník ABCD, je-li dáno : a = 5 cm, b = 3 cm, e = 5 cm, f = 4,5 cm, |S DAB| = 60º.

51) Sestrojte pravoúhlý trojúhelník ABC, je-li dáno : odvěsna a = 3 cm, ρ = 1 cm. Vypočtěte velikosti zbývajících stran trojúhelníka a všechny výšky trojúhelníka.

52) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : c = 8 cm, t_b = 6,5 cm, α =45º.

53) Sestroj pravoúhlý lichoběžník RSTU s pravým úhlem při vrcholu U a se základnami RS a TU, je-li dáno : |UR| = 6 cm, |UT| = 4 cm, |S RST| = 105º.

54) Sestrojte pravoúhlý trojúhelník ABC, je-li dáno : při vrcholu C je pravý úhel, c = 10 cm, b = 8 cm.

55) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : c = 4 cm, průsečík jeho výšek V je od vrcholu A vzdálen 2 cm a od strany AB vzdálen 1,5 cm.

56) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : α = 45º, v_c = 6 cm, t_c = 6,5 cm.

57) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : a = 4 cm, b = 6 cm, v_c = 3,5 cm.

58) Sestroj lichoběžník ABCD AB||CD, jehož úhlopříčky svírají pravý úhel. a = 8 cm, b = 5 cm, průsečík úhlopříček je od strany AB vzdálen 3 cm.

59) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : a = 5 cm, v_c = 4,5 cm, b = 7 cm.

60) Sestrojte kružnic k (S ; r = 4 cm) a na ní bod A. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC vepsané k tak, aby |AB | = 6 cm a úhel při vrcholu A měl velikost 30º.

61) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : c = 9 cm, v_a = 7,5 cm, t_c = 6,5 cm.

62) Sestroj pravoúhlý lichoběžník ABCD AB||CD s pravým úhlem při vrcholu A, pro který platí : |BD| = 3cm, |AD| = 3 cm, |CD| = 3cm.

63) Sestrojte pravoúhlý lichoběžník ABCD AB ||CD, je-li dáno : a = 8 cm, b = 3,5 cm, |S ABC| = 90º.

64) Sestrojte lichoběžník ABCD AB ||CD, kterému je opsaná kružnice s poloměrem r = 5 cm, a = 8,5 cm, e = 9,5 cm.

65) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : t_c = 4 cm, b = 5 cm, v_c = 3cm.

66) Sestroj kosočtverec ABCD, je-li dáno : |AD| = 5 cm, |BD| = 5 cm.

67) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : c = 5 cm, t_b = 4 cm, α = 45º.

68) Sestrojte lichoběžník ABCD AB||CD, a = 7 cm, e = 7 cm, b = 5 cm, f = 8 cm.

69) Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno : a = 6 cm, γ = 60º, t_b = 5,5 cm.

70) Sestrojte lichoběžník KLMN KL||MN, jsou-li jeho úhlopříčky navzájem kolmé, |S LKN| = = 75º, |KL| = 5,5 cm a průsečík úhlopříček P je od strany KL vzdálen 2,5 cm.

Výsledky příkladů

2) X leží na přímce rovnoběžné s h ve vzdálenosti 3,5 cm a kružnice určené bodem D a poloměrem 2 cm.,

3 a) osa úsečky AB, **b)** průsečík os úseček AB a BC, **c)** osa úsečky AB, **d)** průsečík os úseček AB a BC, **e)** průsečík kružnic z bodů A a B o poloměru 2 cm , **f)** průsečík kružnic z bodů A , B a C o poloměru 2 cm – pokud existuje, **g)** průsečík osy úsečky AB a osy úhlu, který svírá přímka p s přímkou AB, **h)** průsečík rovnoběžek s přímkou p ve vzdálenosti 2 cm a kružnic o poloměru 2 cm se středem v A a B – pokud existuje ,

4 a) kružnice určená středem v A a mající poloměr 3 cm, **b)** dvě rovnoběžky s přímkou p ve vzdálenosti 3 cm, **c)** průsečík kružnice se středem v bodě A a poloměrem 3 cm a rovnoběžek s přímkou p ve vzdálenosti 2 cm, **d)** kružnice se středem v bodě A a poloměrem 3 cm,

5 a) osy úhlů určených přímkami a a b, **b)** průsečík rovnoběžek s a a b ve vzdálenosti 3 cm od dané přímky a a b, **c)** průsečík rovnoběžek s přímkou a ve vzdálenosti 3 cm a rovnoběžek s přímkou b ve vzdálenosti $\sqrt{8,75}$ cm,

6) rovnoběžka s přímkou a ve vzdálenosti přibližně 3,18 cm. kružnice má poloměr 3,18,

7) středy kružnic leží na přímce AB ve vzdálenosti 1 cm od bodu A nebo B,

8 a) Vsss, **b)** B leží na rameni úhlu při vrcholu A a kružnici určené bodem C a poloměru a,

c) Vsus , **d)** A leží v průsečíku rovnoběžky se stranou a ve vzdálenosti v_a a kružnice určené bodem C a poloměrem b, **e)** A leží jako průsečík kružnice určené středem strany BC a poloměru t_a a kružnice určené bodem C a poloměrem b, **f)** střed kružnice opsané je průsečík kružnic o poloměru r, které jsou určeny body B a C, vrchol A je průsečík kružnice opsané a kružnice se středem C a poloměrem b, **g)** A je průsečík ramene úhlu při vrcholu B a kružnice, ze které je vidět stranu BC pod úhlem α (GMB h) , **h)** Vusu ,

i) A je průsečík rovnoběžky s BC ve vzdálenosti v_a a ramene úhlu při vrcholu B, **j)** A je průsečík ramene úhlu při vrcholu B a kružnice určené středem strany BC a poloměrem t_a,

k) C_1 – střed strana AB – je průsečík ramene úhlu při vrcholu B a kružnice určené bodem C a poloměrem t_c, vrchol A leží na polopřímce BC_1 ve vzdálenosti BC_1 od bodu C_1, **l)** střed kružnice opsané je průsečík kružnic z bodů B a C o poloměru r, vrchol A je průsečík kružnice opsané a ramene úhlu při vrcholu B, **m)** vrchol A je průsečík kružnice určené středem strany BC o poloměrem t_a a rovnoběžky se stranou BC ve vzdálenosti v_a ,

n) střed kružnice opsané je průsečík kružnic z bodů B a C o poloměru r, vrchol A je průsečík kružnice opsané a rovnoběžky se stranou BC ve vzdálenosti v_a , **o)** těžiště je průsečík kružnice určené bodem B a poloměrem dvě třetiny t_b a kružnice určené středem strany BC a poloměrem třetina t_t, doplníme na A, **p)** těžiště je průsečík kružnice určené bodem B a poloměrem dvě třetiny t_b a kružnice určené bodem C a poloměrem dvě třetiny t_c, doplníme vrchol A,

9 a) S - střed kružnice vepsané je průsečík rovnoběžek s rameny úhlu při vrcholu A ve vzdálenosti ρ, strana BC leží na tečně ke kružnici vepsané z bodu C, bod jejich dotyku je průsečík vepsané kružnice a Thaletovy kružnice o průměru CS , **b)** C_0 - pata výšky je průsečík Thaletovy kružnice nad BC a kružnice určené vrcholem C a poloměrem v_c, vrchol A je průsečík polopřímky BC_0 a kružnice určené středem C a poloměrem,

c) doplníme na čtyřúhelník BCAD, troj. BCD Vsss (a, b, 2.t_c), C_1 je střed strany CD, vrchol A je průsečík polopřímky BC_1 a přímky p rovnoběžné s BC a procházející bodem D, **d)** B_0 – pata výšky v_b je průsečík Thaletovy kružnice nad BC a kružnice určené bodem B a poloměrem v_b, vrchol A je průsečík ramene úhlu při vrcholu B a polopřímky CB_0,

e) S- střed kružnice vepsané je průsečík rovnoběžek s rameny úhlu při vrcholu B o poloměru ρ, AC – je tečna k vepsané kružnici, její bod dotyku je průsečík vepsané kružnice s Thaletovou kružnicí nad SC, **f)** B_0 – pata výšky v_b je průsečík Thaletovy kružnice nad BC a kružnice určené vrcholem B o poloměru v_b, vrchol A je průsečík

10 a) S – střed kružnice opsané – AS = SB = r , úhel ASB = 2.γ - středový úhel k úhlu γ, doplníme na trojúhelník ABC, **b)** narýsujeme úhel α, vedeme rovnoběžky s rameny úhlu α ve vzdálenosti ρ od ramen úhlu, které se protnou v bodě S – středu kružnice vepsané, na jednom rameni úhlu α zvolíme bod X a narýsujeme úhel AXY, který je roven úhlu β - bod Y leží na druhém rameni daného úhlu, sestrojíme osu o_1 – osu úhlu AXY, bodem S vedeme rovnoběžku p s osou o_1, průsečík přímky p a polopřímky AX je bod B, bodem B vedeme rovnoběžku r s přímkou XY (r je tečna kružnice opsané procházející bodem B), vrchol C je průsečík přímky r a ramene úhlu α , **c)** trojúhelník AA_0A_1 – A_1 – střed strany BC, A_0 – pata výšky v_a – A_0 je průsečík Thaletovy kružnice nad AA_1 a kružnice určené středem A a poloměrem v_a, na přímce A_0A_1 leží body B, C, S – střed kružnice opsané je průsečík kružnice určené bodem A a poloměrem r a kolmice na přímku A_0A_1 procházející bodem A_1, vrcholy B a C leží na přímce A_1A_0 a na kružnici opsané, která je určena bodem S a poloměrem r, **d)** trojúhelník BB_0A – A je průsečík kolmice na BB_0, procházející bodem B_0 a kružnice, ze které je vidět úsečka BB_0 pod úhlem α, vrchol C je průsečík polopřímky AB_0 a kružnice určené vrcholem B a poloměrem a, **e)** vrchol A je průsečík kružnice určené středem strany BC a poloměrem t_a a kružnice, ze které je vidět úsečka BC pod úhlem α, **f)** do přímky AB si otočíme vrchol C na obě strany, tak nám vznikne úsečka C_1C_2, (C_1 vznikl otočením strany b), která má velikost a+b+c, vznikl trojúhelník CC_1C_2, kde známe C_1C_2, v_c a úhel CC_2C_1, který má velikost $\frac{\beta}{2}$, vrchol B je průsečík osy úsečky CC_2 a C_1C_2, vrchol A je průsečík osy úsečky CC_1 a C_1C_2, **g)** do polopřímky BC si otočíme vrchol A, tak nám vznikne úsečka BA_1, (A_1 vznikl otočením strany b), která má velikost a+b, vznikl trojúhelník ABA_1, kde známe BA_1, v_a a úhel BA_1A, který má velikost $\frac{\gamma}{2}$, vrchol C je průsečík osy úsečky AA_1 a přímky BA_1, **h)** stranu otočíme do přímky se stranou AC a dostaneme B_1, trojúhelník B_1AB, kde známe AB_1 = a+b, vrchol B je průsečík kružnice určené středem A a poloměrem c a ramene úhlu BB_1C, který se rovná $\frac{\gamma}{2}$, vrchol C je průsečík AB_1 a osy úsečky BB_1, **i)** stranu a otočíme na stranu b, tak vznikne na polopřímce CA bod X, vznikne trojúhelník XBA, kde |XA| = a-b, úhel XAB = 180-α známe stranu c, vrchol C je průsečík osy strany XB a polopřímky XA,

polopřímky CB_0 a přímky rovnoběžné s přímkou BC ve vzdálenosti v_a, **g)** rovnoběžník BCDA, bod D je průsečík rovnoběžky p se stranou BC ve vzdálenosti v_a a kružnice určené vrcholem B o poloměru 2.t_b , B_1 je střed úsečky BD, vrchol A je průsečík přímky p a polopřímky CB_1 , **h)** B_0 – pata výšky v_b je průsečík Thaletovy kružnice nad BC a kružnice určené středem B a poloměrem v_b , C_0 – pata výšky v_c je průsečík Thaletovy kružnice nad BC a kružnice určené vrcholem C a poloměrem v_c , vrchol A je průsečík polopřímek BC_0 a CB_0 , **i)** B_0 – pata výšky v_b je průsečík Thaletovy kružnice nad BC a kružnice určené středem B a poloměrem v_b , vrchol A je průsečík polopřímky CB_0 a kružnice určené středem strany BC a poloměrem t_a, **j)** B_0 – pata výšky v_b je průsečík Thaletovy kružnice nad BC a kružnice určené středem B a poloměrem v_b , B_1 – střed strany AC je průsečík polopřímky CB_0 a kružnice určené vrcholem B a poloměrem t_b , vrchol A je průsečík polopřímky CB_0 a kružnice určené B_1 a poloměrem CB_1, **k)** B_0 – pata výšky v_b je průsečík Thaletovy kružnice nad BC a kružnice určené středem B a poloměrem v_b , S – střed kružnice opsané je průsečík kružnic z bodů B a C o poloměru r, vrchol A je průsečík kružnice opsané a polopřímky CB_0, **l)** B_0 – pata výšky v_b je průsečík Thaletovy kružnice nad BC a kružnice určené středem B a poloměrem v_b , S – střed kružnice vepsané je průsečík osy úhlu při vrcholu C a rovnoběžky se stranou BC ve vzdálenosti ρ, AC je tečnou k vepsané kružnici,b bod dotyku – X je průsečík Thaletovy kružnice nad SC a vepsané kružnice, AB je tečnou k vepsané kružnici, bod dotyku Y – je průsečík Thaletovy kružnice nad BS a vepsané kružnice, vrchol A je průsečík polopřímek CX a BY, **m)** S – střed kružnice opsané- je průsečík kružnic z bodů B a C o poloměru r, vrchol A je průsečík kružnice opsané a kružnice určené středem strany BC a poloměrem t_a, **n)** A_0 je pata výšky v_a, trojúhelník ABA_0 – B je průsečík kolmice na A00A0, která prochází bodem A_0 a kružnice, ze které je vidět úsečka AA_0 pod úhlem β, vrchol C leží na průsečíku polopřímky BA_0 a ramene úhlu při vrcholu A, **o)** C_0 je pata výšky v_c, trojúhelník BCC_0 – B je průsečík kolmice na CC_0, která prochází bodem C_0 a kružnice, ze které je vidět CC_0 pod úhlem β, trojúhelník CC_0A – vrchol je průsečík polopřímky BC_0 a kružnice, ze které je vidět CC_0 pod úhlem α, **p)** trojúhelník ABB_0 – B_0 je pata výšky v_b, - vrchol A je průsečík kolmice na BB_0, která prochází B_0, a kružnice, ze které je vidět úsečku BB_0, pod úhlem α, A_0 – pata výšky v_a – je průsečík Thaletovy kružnice nad AB a kružnice určené vrcholem A a poloměrem v_a, **q)** trojúhelník ABB_0 B_0 je pata výšky v_b, vrchol A je průsečík kolmice na BB_0, procházející B_0, a kružnice, ze které je vidět BB_0 pod úhlem α, vrchol C je průsečík rovnoběžky se stranou AB ve vzdálenosti v_c polopřímky AB_0, **r)** trojúhelník ABB_0 – vrchol A je průsečík kolmice na BB_0, procházející bodem B_0, a kružnice, ze které je vidět úsečku BB_0 pod úhlem α, čtyřúhelník ABDC – vrchol D je průsečík rovnoběžky s AB_0, která prochází bodem , a kružnice určené vrcholem A a poloměrem 2.ta, A_1 – je střed úsečky AD, vrchol C je průsečík polopřímky BA_1 a polopřímky AB_0, **s)** trojúhelník BB_0B_1 – B_1 je průsečík kolmice na BB_0, která prochází bodem B_0 a kružnice určené středem B a poloměrem t_b, trojúhelník ABB_0 – vrchol A je průsečík přímky BB_0 a kružnice, ze které je vidět úsečku BB_0 pod úhlem α, vrchol C je průsečík polopřímky AB_0 a kružnice se středem v B_1 a poloměrem AB_1, **t)** trojúhelníkABB_0 – vrchol A je průsečík kolmice na BB_0, která prochází B_0, a kružnice, ze které je vidět úsečku BB_0 pod úhlem α, C_1 je střed úsečky AB, vrchol C je průsečík polopřímky AB_0 a kružnice určené středem C_1 a poloměru t_c,

u) trojúhelníkABB_0 – vrchol A je průsečík kolmice na BB_0, která prochází B_0, a kružnice, ze které je vidět úsečku BB_0 pod úhlem α, S- střed kružnice opsané – je průsečík kružnic z vrcholů A a B a poloměru r, vrchol C je průsečík kružnice opsané a polopřímky AB_0,

v) trojúhelníkABB_0 – vrchol A je průsečík kolmice na BB_0, která prochází B_0, a kružnice, ze které je vidět úsečku BB_0 pod úhlem α , S – střed kružnice vepsané – je průsečík osy úhlu α a rovnoběžky se stranou AB ve vzdálenosti ρ, BC je tečna vepsané kružnice s bodem dotyku X , X je průsečík vepsané kružnice a Thaletovy kružnice nad SB, vrchol C je průsečík polopřímky BX a AB_0, **w)** trojúhelník AA_1A_0 – A_0 je průsečík Thaletovy kružnice nad AA_1 a kružnice určené vrcholem A a poloměrem v_a, T – těžiště, vrchol B je průsečík polopřímky A_0A_1 a kružnice určené středem v bodě S a poloměrem dvou třetin t_b, vrchol C je průsečík polopřímky BA_0 a kružnice určené středem v bodě A_1 a poloměrem BA_1, **x)** rovnoběžník AABCD, D vznikne prodloužením t_b, T – těžiště trojúhelníka ABC, T_1 – těžiště trojúhelníka ACD, trojúhelník ATT_1 podle Vsss
(strany jsou rovny dvou třetinám jednotlivých těžnic, B_1 – střed strany AC je středem úsečky TT_1, narýsujeme t_b – vznikne bod A_1, narýsujeme t_b – vznikne bod B, vrchol C je průsečík polopřímky AB_1 a polopřímky BA_1,

11) AB = c_1+c_2, C_0 je pata výšky na přeponu, vrchol C je průsečík kolmice na AB procházející bodem C_0 a Thaletovy kružnice nad stranou AB,

12) AB je základna, vrchol C je průsečík ramene úhlu α a kružnice, ze které je vidět úsečka AC pod úhlem 35°,

13) na kružnici k, zvolím vrchol A, na kružnici vyznačíme šest stejných částí pomocí poloměru,

14 a) ΔABC podle Vsss, vrchol D je průsečík kružnice určené středem v B a ramenem úhlu α , **b)** ΔABD Vsss, vrchol c je průsečík ramen úhlů β a δ , **c)** ΔABC – vrchol A je průsečík úhlu β a kružnice se středem v C a poloměrem |AC|, vrchol D je průsečík kružnice určené bodem A a poloměrem d a kružnice určené bodem B a poloměrem |BD|,
d) na kružnici opsané zvolíme vrchol C, vrcholy B a D určují průsečíky ramen úhlu γ s kružnicí k, vrchol A určuje průsečík opsané kružnice a kružnice určené bodem C a poloměrem |AC|, **e)** ΔABD – Vusu, S – průsečík úhlopříček – je průsečík rovnoběžky s AB ve vzdálenosti 1,5 cm s BD, vrchol C je průsečík polopřímky AS a kružnice, ze které je uvidět úsečku BD pod úhlem γ , **f)** ΔABC – vrchol C je průsečík kružnice určené bodem A a poloměrem AC a ramene úhlu β , vrchol D je průsečík osy úsečky AC a kružnice, ze které je vidět úsečka AC pod úhlem δ , **g)** ΔABC – vrchol C je průsečík úhlu β a Thaletovy kružnice nad AB, vrchol D je průsečík ramene úhlu α a kružnice určené bodem C a poloměrem c,

15 a) bod B otočíme na polopřímku AC podle bodu C – vznikne bod E, ΔBCE je rovnoramenný, ΔABE – vrchol B je průsečík| S EAB | = 45° a kružnice, ze které je vidět úsečku AE pod úhlem 17,5°, máme-li stranu čtverce, není čtverec problém narýsovat,
b) kružnice k, její průměr označíme BD, kolmice na BD procházející středem opsané kružnice s kružnicí k určuje body A a C,

16 a) vycházíme z toho, že úhlopříčky se navzájem půlí, **b)** S – střed kružnice opsané, ΔBCS Vsss, vrchol D je průsečík opsané kružnice a polopřímky BS, vrchol A je průsečík opsané kružnice a polopřímky CD,

17 a) ΔABC, Vsus, vrchol D je průsečík rovnoběžky procházející bodem C se stranou AB a rovnoběžky procházející bode A se stranou BC, **b)** úhel při vrcholu B má velikost 180°-α , ΔABC – vrchol C je průsečík ramene úhlu β s kružnicí určenou středem A a poloměrem e, doplníme na rovnoběžník, **c)** S – průsečík úhlopříček e a f, ΔABS Vsss, doplníme na trojúhelník ABC a na rovnoběžník ABCD, **d)** ΔABD – vrchol D je průsečík rovnoběžky s AB ve vzdálenosti v_a a kružnice, ze které je vidět úsečka AB pod úhlem 110°, doplníme na rovnoběžník, **e)** x || y ve vzdálenosti v_b, na y zvolím bod A, vrchol B je průsečík přímky x a ramene úhlu α , vrchol D je průsečík y a kolmice na AB procházející bodem B, doplníme na rovnoběžník,

18 a) ΔABD Vsus, doplníme na rovnoběžník, **b)** vycházíme z toho, že úhlopříčky v kosočtverci se půlí a jsou na sebe kolmé, **c)** x || y ve vzdálenosti v_a, na y zvolíme bod D, narýsujeme δ , průsečík jeho ramene s x je bod A, doplníme na kosočtverec, **d)** x || y ve vzdálenosti 2. ρ, na x zvolíme bod A, vrchol D je průsečík y s ramenem úhlu α , doplníme na kosočtverec ABCD, **e)** x || y ve vzdálenosti 2. ρ, na x zvolíme bod A, vrchol C je průsečík y a kružnice určené bodem A a poloměrem e, **f)** S –

průsečík úhlopříček – je průsečík rovnoběžky se stranou AB ve vzdálenosti 1,1 mm a Thaletovy kružnice nad AB, C je průsečík polopřímky AS a kružnice určené bodem B a poloměrem a,

19 a) ΔABC Vsss, bod D je průsečík rovnoběžky se stranou AB procházející bodem C a kružnice určené bodem B a poloměrem f, **b)** lichoběžník rozdělíme na rovnoběžník a trojúhelník, |AX| = |CD| bod X leží na polopřímce AB, ΔXBC Vsss, doplníme bod A, doplníme bod D, **c)** ΔABD – bod D je průsečík ramene úhlu α s kružnicí určenou bodem B a poloměrem f, vrchol C je průsečík rovnoběžky s AB procházející bodem D a kružnicí určenou středem v C a poloměrem c, **d)** x || y ve vzdálenosti v, na x zvolíme bod A, bod C je průsečík přímky y a ramena úhlu | S BAC |, bod D je průsečík y a kružnice určené bodem C a poloměrem c, **e)** bod C je průsečík p rovnoběžné s AB ve vzdálenosti **20 a)** vrchol D je průsečík Thaletovy kružnice nad AB a ramene úhlu α , vrchol C je průsečík Thaletovy kružnice a ramen úhlu při vrcholu B, který se rovná úhlu α , **b)** rovnoramenný lichoběžník rozdělíme na rovnoběžník a rovnoramenný trojúhelník, |AX| = |CD| bod X leží na polopřímce AB, ΔXBC Vsss, doplníme bod A, S – střed kružnice opsané – je průsečík kružnic se středy v bodech B a C a poloměrem 4 cm, vrchol A je průsečík kružnice opsané a polopřímky BX, bod D je průsečík opsané kružnice a rovnoběžky se stranou AB procházející bodem C, **c)** S- střed kružnice opsané - ΔSCD Vsss, body A a B leží na průsečíku kružnice opsané a rovnoběžky se stranou CD ve vzdálenosti v, **d)** D je průsečík kružnice určené středem B a poloměrem f a rovnoběžky s AB ve vzdálenosti v, bod C je průsečík kružnice určené bodem A a poloměrem f s rovnoběžkou AB ve vzdálenosti v

v a kružnice určené středem v A a poloměrem e, bod D je průsečík p a kružnice určené středem v B a poloměrem f,

21 a) ΔABD Vsus, vrchol C je průsečí kružnice určené bodem B a poloměrem 5 cm, a rovnoběžné přímky s přímkou AB procházející bodem D, **b)** ΔABC – C je průsečík Thaletovy kružnice nad AC a kružnice určené bodem C a poloměrem v, bod D jr průsečík rovnoběžky s AB procházející bodem C a kružnice, ze které je vidět úsečka AC pod úhlem130º, **c)** ΔACD – vrchol D je průsečík kružnice určené bodem A a poloměrem 2 cm a Thaletovy kružnice nad AC, , vrchol B je průsečík kolmice na AC procházející bodem C a kolmice na AD procházející bodem A,

22 a) společná základna BD, ΔBCD Vsss (b, b, e,) vrchol A je průsečík osy úsečky BD a kružnice určené vrcholem C a poloměrem a, **b)** společná základna BD , ΔBCD Vsss,
vrchol A je průsečík osy BD a kružnice určené bodem B a poloměrem a, **c)** společná základna BD, ΔABC Vsus, vrchol D je průsečík kružnice určené bodem A poloměrem a a kružnice určené bodem C a poloměrem b,

Výsledky souhrnných cvičení

4 a) dvě rovnoběžné přímky s přímkou p ve vzdálenosti 2 cm, **b)** přímka kolmá na přímku p, která prochází bodem P, **c)** průsečík kolmé přímky na přímku p procházející bodem P a dvou rovnoběžných přímek s přímkou p nevzdálenosti 2 cm,

5) průnik Thaletovy kružnice nad BC a množinou bodů pásu, který je ohraničen přímkou BC a rovnoběžkou s BC ve vzdálenosti 2 cm,

6) osa úsečky BX, kde X je střed strany AD,

7) vrchol A je průsečík ramene úhlu γ a rovnoběžky se stranou BC ve vzdálenosti v_a,

8) vrchol A je průsečík rovnoběžky se stranou BC ve vzdálenosti v_a a kružnice určené bodem C a poloměrem b,

9) S – střed úhlopříček, ΔABS – vrchol S je průsečík ramene úhlu BAC a kružnice určené bodem B a poloměrem poloviny BD, prodloužením úhlopříček získáme vrcholy C a D,

10) ΔABS Vsss , vrchol C je průsečík opsané kružnice a kružnice určené vrcholem A a poloměrem e, vrchol D je průsečík opsané kružnice a rovnoběžky se stranou AB procházející bodem C,

11) A_0 pata výšky v_a , ΔABA_0 – A_0 je průsečík Thaletovy kružnice nad AB a kružnice určené bodem A a poloměrem v_a, vrchol A je průsečík polopřímky BA_0 a kružnice určené středem strany AB a poloměrem t_a,

12) vrchol C je průsečík kružnice určené středem strany AB a poloměrem t_c cm a rovnoběžky se stranou AB ve vzdálenosti v_c,

13) vrchol C je průsečík Thaletovy kružnice nad AB a rovnoběžky s AB ve vzdálenosti v_c,

14) C_0 pata výšky v_c, ΔBCC_0 – C_0 je průsečík Thaletovy kružnice nad BC a kružnice určené vrcholem v bodě C a poloměrem v_c, vrchol A leží na polopřímce BC_0 ve vzdálenosti BC_0 od bod C_0,

15) **B_0** pata výšky v_b, ΔABB_0 – B_0 je průsečík Thaletovy kružnice nad BA a kružnice určené vrcholem v bodě B a poloměrem v_b, vrchol C je průsečík ramene úhlu β a polopřímky AB_0,

16) ΔBCS, kde S je kružnice opsané, Vsss, vrchol A je průsečík kružnice opsané a kružnice určené bodem C a poloměrem b,

17) vrchol A je průsečík ramene úhlu β a kružnice určené střede strany BC a poloměrem t_a,

18) vrchol D je průsečík Thaletovy kružnice a ramene úhlu α, vrchol C je průsečík Thaletovy kružnice a ramene úhlu β, který má stejnou velikost jako úhel α,

19) sestrojíme ΔABC V usu, sestrojíme středy kružnic opsané (průsečík os stran) a vepsané (průsečík os úhlů) a změříme jejich vzdálenost,

20) B_0 pata výšky v_b, ΔABB_0 – B_0 je průsečík Thaletovy kružnice nad BA a kružnice určené vrcholem v bodě B a poloměrem v_b, vrchol A je průsečík CB_0 a kružnice určené vrcholem v bodě B a poloměrem c,

21) S – střed kružnice opsané, ΔABS Vsss, vrchol C je průsečík kružnice opsané a rovnoběžky se stranou AB ve vzdálenosti v_c,

22) C_0 je pata výšky v_c, ΔACC_0 vrchol A je průsečík kolmice na CC_0, která prochází bodem C_0 a kružnice, ze které je vidět úsečka CC_0 pod úhlem α, vrchol B je průsečík polopřímky AC_0 a kružnice určené středem úsečky AC a poloměrem t_b,

23) S – střed kružnice opsané, ΔCBS Vsss, vrchol A je průsečík kružnice opsané a kružnice určené středem úsečky BC a poloměrem t_a,

24) ΔABT Vsss, velikost AT je rovna dvou třetinám t_a, velikost BT je rovna dvou třetinám t_b, prodloužíme těžnice, vrchol C je průsečík polopřímek AB_1 a BA_1,

25) vrchol C je průsečík Thaletovy kružnice nad AB a rovnoběžky s AB ve vzdálenosti v_c,

26) C_0 pata výšky v_c, ΔBCC_0 – C_0 je průsečík Thaletovy kružnice nad BC a kružnice určené vrcholem v bodě C a poloměrem v_c, vrchol A je průsečík polopřímky BC_0 a kružnice ze které je vidět úsečka CC_0 pod úhlem α,

27) A_1 – střed strany BC, ΔACA_1 Vsss (A_1C je polovina a) , doplním bod B prodloužením polopřímky CA_1,

28) S – průsečík úhlopříček , ΔABS – S je průsečík Thaletovy kružnice nad AB a rovnoběžky s AB ve vzdálenosti 1,5 cm, prodloužením úhlopříček dostaneme vrcholy C a D (průsečík úhlopříček půlí úhlopříčky),

29) C_1 - střed strany AB, C_0 – pata výšky v_c, ΔCC_0C_1 – C_0 je průsečík Thaletovy kružnice nad CC_1 a kružnice určené bodem C a poloměrem v_c, vrchol A je průsečík polopřímky C_0C_1 a kružnice ze které je vidět úsečka CC_0 pod úhlem α, vrchol B je průsečík polopřímky AC_0 a kružnice určené C_1 a poloměrem AC_1,

30) C_0 je pata výšky C_0, ΔBCC_0 – C_0 je průsečík Thaletovy kružnice nad BC a kružnice určené bodem C a poloměrem v_c, vrchol A leží na polopřímce BC_0 a kružnice určené bodem C a poloměrem b,

31) S – střed kružnice opsané, ΔABS Vsss, vrchol C je průsečík kružnice opsané a ramene úhlu β,

32) vrchol A je průsečík kružnice určené bodem C a poloměrem b a rovnoběžky se stranou BC ve vzdálenosti v_a,

33) C_0 je pata výšky v_c, ΔBCC_0 – C_0 je průsečík Thaletovy kružnice nad BC a kružnice určené bodem C a poloměrem v_c , vrchol A je průsečík polopřímky BC_0 a kružnice určené bodem C a poloměrem $|AC|$,

34) body X a Y jsou průsečíky kružnice k a Thaletovy kružnice nad SA, robsah rovnoběžníka se skládá z obsahů dvou shodných trojúhelníků ASX a ASY – přibližně 24,25 cm^2,

35) GMS_k je průsečík rovnoběžek s p ve vzdálenosti v a kružnice určené bodem S a poloměrem 6,5 cm,

36) GMB je průnik doplňku ke kruhu určeného bodem A a poloměrem 4 cm a kruhem určeného středem B s poloměrem 3 cm,

38) dvě kružnice mají střed na přímce SM a na rovnoběžce s přímkou p ve vzdálenosti 1,5 cm, další dvě kružnice mají střed na kružnici určené bodem S a poloměrem 3,5 cm a rovnoběžce s přímkou p ve vzdálenosti 1,5 cm,

39) S – střed kružnice vepsané, S je průsečík rovnoběžek s rameny pravého úhlu ve vzdálenosti ρ, vrchol C leží na rameni pravého úhlu ve vzdálenosti a od vrcholu pravého úhlu, AC je tečna k vepsané kružnici – bod X je jejich průsečík, X je průsečík vepsané kružnice a Thaletovy kružnice nad SC, vrchol A je průsečík polopřímky CX a druhého ramene pravého úhlu,

40) ΔABC – bod C je průsečík kružnice určené bodem B a poloměrem b a rovnoběžky a AB ve vzdálenosti d, vrchol D je průsečík této rovnoběžky a kolmice na AB procházející bodem A,

41) ΔAC_1T Vsss (dvě třetiny těžnice t_a, jedna třetina těžnice t_c , polovina c) , C leží na polopřímce C_1T ve vzdálenosti dvou třetin t_c od T,¨

42) B_1 střed strany AC, ΔBCC_1 – Vsss, vrchol Apr průsečík polopřímky CB_1 a kružnice určené bodem C a poloměrem b,

43) A_1 střed strany BC, ΔCTA_1 Vsss, vrchol A je průsečík polopřímky A_1T a kružnice určené A_1 a poloměrem t_a,

44) A_1 střed strany BC, A_0 pata výšky v_a, ΔAA_0A_1 – A_0 je průsečík Thaletovy kružnice nad AA_1 a kružnice určené bodem A a poloměrem v_a, vrchol B je průsečík polopřímky A_0A_1 a kružnice ze které je vidět úsečku AA_1 pod úhlem β, vrchol C je průsečík polopřímky BA_0 a kružnice určené bodem A_1 a poloměrem BA_1,

45) vrchol C je průsečík Thaletovy kružnice nad AB a rovnoběžky s AB ve vzdálenosti 2 cm,

46) S je průsečík úhlopříček, S je průsečík kružnice určené bodem A a poloměrem poloviny e a kružnice ze které je vidět úsečku AB pod úhlem 120°, vrchol C je průsečík polopřímky AS a kružnice určené bodem A a poloměrem e, vrchol D je průsečík polopřímky BS a rovnoběžky s AB procházející bodem C,

47) A_0 je pata výšky v_a, ΔABA_0 – bod A_0 je průsečík Thaletovy kružnice nad AB a kružnice určené bodem A a poloměrem v_a, vrchol C je průsečík ramene úhlu α a polopřímky BA_0,

48) S – střed kružnice vepsané, c, α, S je průsečík osy úhlu α a rovnoběžky se stranou c ve vzdálenosti ρ, AC je tečna k vepsané kružnici s bodem dotyku X, X je průsečík Thaletovy kružnice nad AS a vepsané kružnice , BC je tečnou vepsané kružnice s bodem dotyku Y, Y je průsečík Thaletovy kružnice nad SB a vepsané kružnice, vrchol C je průsečík polopřímek BY a AX,

49) ΔABC- Vsus, D je průsečík rovnoběžky s AB procházející bodem C a kružnice určené bodem A a poloměrem d,

50) ΔABC Vsss, vrchol D je průsečík ramene úhlu α a kružnice určené bodem B a poloměrem f,

51) sestrojíme úhel β při vrcholu B, sestrojíme rovnoběžky s rameny ve vzdálenosti ρ od ramen úhlu, jejich průsečík je S – střed kružnice vepsané, na jednom rameni pravého úhlu narýsujeme vrchol C ve vzdálenosti a od vrcholu B, AC je tečna vepsané kružnice s bodem dotyku Y, Y je průsečík vepsané kružnice a Thaletovy kružnice nad YC, vrchol A je průsečík polopřímky CY a ramene pravého úhlu,

52) B_1 – střed strany AC, ΔBB_1A, vrchol A je průsečík kružnice určené bodem B a poloměrem a a kružnice ze které je vidět BB_1 pod úhlem α ,

53) ΔRUT Vsus, S je průsečík kolmice na UR procházející bodem R a kružnice ze které je vidět RT pod úhlem 105°,

54) vrchol B je průsečík kružnice určené bodem A a poloměrem c a kolmice na CA procházející bodem C,

55) V – průsečík výšek, C_1 – střed strany AB, ΔAVC_1 – bod V je průsečík rovnoběžky se stranou AB ve vzdálenosti 1,5 cm a kružnice určené vrcholem A a poloměrem 2 cm, x je kolmice na AV procházející bodem B, vrchol C je průsečík přímky x a kolmice na stranu AB procházející bodem V,

56) C_0 pata výšky v_c, C_1 střed strany AB, ΔCC_0C_1 – C_0 je průsečík Thaletovy kružnice nad CC_1 a kružnice určené bodem C a poloměrem v_c, vrchol A je průsečík polopřímky C_0C_1 a kružnice ze které je vidět úsečka CC_0 pod úhlem α , vrchol B je průsečík polopřímky AC_0 a kružnice určené C_1 a poloměrem AC_1,

57) C_0 pata výšky v_c, ΔBCC_0 – C_0 je průsečík Thaletovy kružnice nad BC a kružnice určené bodem C a poloměrem v_c , vrchol A je průsečík polopřímky BC_0 a kružnice určené bodem C a poloměrem b,

58) S- průsečík úhlopříček, ΔABS – vrchol S je průsečík Thaletovy kružnice nad AB a rovnoběžné přímky s AB ve vzdálenosti 3cm, vrchol C je průsečík polopřímky AS a kružnice určené bodem B a poloměrem b, vrchol D je průsečík rovnoběžné přímky s AB procházející bodem C a polopřímky BS,

59) C_0 pata výšky v_c, ΔBCC_0 – C_0 je průsečík Thaletovy kružnice nad BC a kružnice určené bodem C a poloměrem v_c, vrchol A je průsečík polopřímky BC_0 a kružnice určené bodem C a poloměrem b,

60) kružnice k, vrchol A, vrchol B je průsečík k a kružnice určené bodem A a poloměrem 6 cm, úhle $\alpha = 30°$, vrchol C je průsečík k a ramene úhlu α,

61) A_0 je pata výšky v_a, ΔABA_0 – bod A_0 je průsečík Thaletovy kružnice nad AB a kružnice určené bodem A a poloměrem v_a, vrchol C je průsečík polopřímky BA_0 a rovnoběžky s AB ve vzdálenosti v_c,

62) Δ ABD – Vsus – vrchol B je průsečík kružnice určené bodem D a poloměrem3 cm a kolmice na AD procházející bodem A, vrchol C je průsečík rovnoběžky as AB procházející bodem D a kružnice určené bodem D a poloměrem 3 cm,

63) ΔABC – Vsus, bod D leží na přímce rovnoběžné s AB a procházející bodem C, vzhledem k tomu, že úloha není dostatečně zadána existuje nekonečně mnoho bodů D na dané rovnoběžce,

64) opsaná kružnice, na ní bod A, vrchol B je průsečík opsané kružnice a kružnice určené bodem A a poloměrem a, vrchol C je průsečík opsané kružnice a kružnice určené bodem A a poloměrem e, vrchol D je průsečík opsané kružnice a rovnoběžky s AB procházející bodem C,

65) C_1 je střed strana AB. C_0 je pata výšky v_c, ΔCC_0C_1 – C_0 je průsečík kružnice určené bodem C a poloměrem v_c a Thaletovy kružnice nad CC_1, vrchol A je průsečík polopřímky C_1C_0 a kružnice určené bodem C a poloměrem b, vrchol C je průsečík polopřímky AC_1 a kružnice určené bodem C_1 a poloměrem AC_1,

66) ΔABD – Vsss – vrchol **A** je průsečík kružnice určené bodem D a poloměrem 5 cm a kružnice určené bodem B a poloměrem 5 cm, vrchol C je průsečík týž kružnic, ale v druhé polorovině určené přímkou BD,

67) B_1 je střed strany AC, ΔBB_1A – V sus – B_1 je průsečík ramene úhlu α a kružnice určené bodem B a poloměrem t_b, vrchol C je průsečík polopřímky AB_1 a kružnice učené bodem B_1 a poloměrem AB_1.

68) Δ**ABC** – Vsss – vrchol C je průsečík kružnice určené bodem A a poloměrem e a kružnice určené středem v bodě B a poloměrem b, vrchol D je průsečík rovnoběžky se stranou AB procházející bodem C a kružnice určené bodem B a poloměrem f,

69) B_1 – střed strany AC, ΔBCC_1 – V sus – B_1 je průsečík ramene γ a kružnice určené bodem B a poloměrem t_b, vrchol A je průsečík polopřímek CB_1 a kružnice určené B_1 a poloměrem CB_1,

70) ΔKLP – bod P je průsečík rovnoběžky s AB ve vzdálenosti 2,5 cm a Thaletovy kružnice nad KL, vrchol N je průsečík polopřímky LP a ramene úhlu LKN, vrchol M je průsečík rovnoběžky s KL procházející bodem N a polopřímky KP,