

## 2. Lomený algebraický výraz. Lineární rovnice s neznámou ve jmenovateli.

Doporučujeme žákům zopakovat vzorce typu  $(a + b)^2$  apod. a úpravu výrazu na součin.

### 2.1. Lomený výraz

**Číselné výrazy** jsou výrazy v nichž se vyskytují pouze reálná čísla. Většinou mají podobu čísla, součtu, rozdílu, součinu nebo podílu. Provede-li všechny početní výkony, které obsahuje číselný výraz, dostaneme hodnotu tohoto výrazu.

Například :  $4$      $4,5 + 6,78$      $7 \cdot 5,9$      $(25 : 5) + 4^2$

**Algebraický výraz** je číselný výraz s proměnou. V těchto výrazech se vyskytují vedle reálných čísel také proměnné.

Například .     $4a$      $4,5x + 6,78$      $7t \cdot 6,78$

**Lomeným výrazem** rozumíme podíl dvou výrazů, které píšeme ve tvaru zlomku.

**Lomeným algebraickým výrazem** se nazývá takový lomený výraz, který má v čitateli nebo jmenovateli alespoň jednu proměnnou.

S lomenými výrazy počítáme jako se zlomky.

**Příklad** : Určete hodnotu algebraického výrazu  $\frac{3x^3 + 2x^2 - x - 3}{2x^2 - 1}$  pro  $x = -2$ .

$$\frac{3 \cdot (-2)^3 + 2 \cdot (-2)^2 - (-2) - 3}{2 \cdot (-2)^2 - 1} = \frac{3 \cdot -8 + 2 \cdot 4 + 2 - 3}{2 \cdot 4 - 1} = \frac{-24 + 8 + 2 - 3}{8 - 1} = \frac{-17}{7} = -2\frac{3}{7}$$

**Příklad 1** : Určete hodnotu algebraického výrazu :

a)  $\frac{2x^3 + (-4x^4) - (-2x^3)^{-2}}{3 \cdot \sqrt{7} - 2 \cdot x} - 0,5x$  pro  $x = -1$

b)  $\frac{5x^5 + 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 2^3}{\sqrt{36 + 3x}}$  pro  $x = 0$

c) stejného příkladu jako za b) pro  $x = 1$  (odstraň odmocninu ze jmenovatele)

d) stejného příkladu jako za b) pro  $x = -1$  (odstraň odmocninu ze jmenovatele)

Důležitou součástí práce s algebraickými výrazy je určení podmínek řešitelnosti daných výrazů (kdy má výraz smysl).

**POZOR : jmenovatel zlomku se nesmí rovnat nule.**

**Příklad :** Určete podmínky řešitelnosti výrazů : a)  $\frac{5x}{y}$     b)  $\frac{2x-1}{x+6}$     c)  $\frac{2x+5y}{5x-4}$

d)  $\frac{3x^3 + 2x^2 - x - 3}{2x^2 - 1}$     e)  $\frac{5x}{x^2 - 9}$     f)  $\frac{2x-3}{x^2 - x}$

g)  $\frac{2x^3 + (-4x^4) - (-2x^3)^{-2}}{3\sqrt{7-2x}} - 0,5x$     h)  $\frac{5x^5 + 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 2^3}{\sqrt{36+3x}}$

Řešení : a)  $\frac{5x}{y}$      $y \neq 0$     b)  $\frac{2x-1}{x+6}$      $x+6 \neq 0$      $x \neq -6$

c)  $\frac{2x+5y}{5x-4}$      $5x-4 \neq 0$      $5x \neq 4$      $x \neq \frac{4}{5}$

d)  $\frac{3x^3 + 2x^2 - x - 3}{2x^2 - 1}$      $2x^2 - 1 \neq 0$      $2x^2 \neq 1$      $x^2 \neq \frac{1}{2}$      $x \neq -\sqrt{\frac{1}{2}}$      $x \neq +\sqrt{\frac{1}{2}}$

e)  $\frac{5x}{x^2 - 9}$      $x^2 - 9 \neq 0$      $(x-3) \cdot (x+3) \neq 0$      $x-3 \neq 0$      $x \neq 3$   
 $x+3 \neq 0$      $x \neq -3$

f)  $\frac{2x-3}{x^2 - x}$      $x^2 - x \neq 0$      $x \cdot (x-1) \neq 0$      $x \neq 0$   
 $x-1 \neq 0$      $x \neq 1$

g)  $\frac{2x^3 + (-4x^4) - (-2x^3)^{-2}}{3\sqrt{7-2x}} - 0,5x$      $3\sqrt{7-2x} \neq 0$   
 $7-2x > 0$  (základ odmocniny nemůže být záporný)  
 $7 > 2x$      $3,5 > x$

h)  $\frac{5x^5 + 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 2^3}{\sqrt{36+3x}}$      $36+3x > 0$  (ze stejného důvodu jako v předcházejícím příkladě)

)  
 $3x > -36$      $x > -12$

**Příklad 2 :** Určete podmínky řešitelnosti výrazů :

a)  $2x + 3x^3 - 1 =$

b)  $\frac{6}{x} =$

c)  $\frac{2y}{5x} =$

d)  $\frac{2x+3}{x-5} =$

e)  $\frac{5x}{x^2 - 9} =$

f)  $\left(\frac{2x+3}{x-5}\right)^2 =$

g)  $\frac{(2x-1)^3}{(x-3)^2} =$

h)  $\frac{(x-2) \cdot (x+3)}{(x+1) \cdot (x-3)} =$

ch)  $\frac{2x \cdot (x-3)}{7} =$

i)  $\frac{x^2 - 5x + 3}{x^3 \cdot (x-5) \cdot (x+1)} =$

j)  $\frac{5x}{x^3 - x^2} =$

k)  $\frac{2x^5}{2x-4} =$

l)  $\frac{2x-5}{(x-5) \cdot (x+4) \cdot (x-2)} =$

m)  $\frac{5x \cdot (v - 2)}{49 - 64x^2} =$

n)  $\frac{5c + 1}{x^2 + 2x + 1} =$

o)  $\frac{2x^2 \cdot (x - 5) \cdot (x + 1)}{-x^2 + 81} =$

p)  $\frac{4}{xy^2 - x^3} =$

r)  $\frac{x - y}{x^2y^3 - x^3y^2} =$

s)  $\frac{5}{\sqrt{5x}} =$

t)  $\frac{2x - 1}{\sqrt{x + 3}} =$

u)  $\frac{-3x^2}{\sqrt{-\frac{6}{2x}}} =$

v)  $\frac{(x + 1) \cdot (x - 3)}{\sqrt{-\frac{5}{x + 3}}} =$

w)  $\frac{(x + 2) \cdot (x - 1) \cdot (x + 8)}{(x^2 - 6x + 9) \cdot \sqrt{x + 7}} =$

x)  $\frac{9x^2 - 24xy + 16y^2}{9x^2 - 16y^2} =$

**Příklad 3 :** Určete kdy má výraz smysl :

a)  $\frac{5}{4bc + 3b} =$

b)  $\frac{9x}{4x^2 - 20xy + 25y^2} =$

c)  $\frac{x - 5 \cdot x + 2}{12x^3 + 36x^2y + 27xy^2} =$

d)  $\frac{4k}{-16k^2 - 8k - 1} =$

e)  $\frac{m - 1}{m^2x^3 - m^2x} =$

f)  $\frac{3x - 4}{6ab + 3b + 8a + 4} =$

g)  $\frac{u}{2tu + 5 \cdot (3s - 2t) - 3su} =$

h)  $\frac{1}{(x + 3y)^2 - 16} =$

i)  $\frac{5z}{-yz^2 - 40yz - 400y} =$

j)  $\frac{y + 5}{(y - 1)^2 - (y + 3)^2} =$

k)  $\frac{x + 7}{(5x + 1)^2 \cdot \sqrt{2x}} =$

l)  $\frac{2(x - 1)}{\sqrt{3x} \cdot \sqrt{x - 5}} =$

m)  $\frac{x^3 - x^2y - 9x + 9y}{x^2 - xy - 3x + 3y} =$

n)  $\frac{\frac{r}{r - 2} - 2}{\frac{16 - r^2}{r^2 - 4r + 4}} =$

**Určení hodnoty výrazu .**

- a) zlomek je kladný, když výraz v čitateli a ve jmenovateli má souhlasné znaménko
- b) zlomek je záporný, když výraz v čitateli a ve jmenovateli mají rozdílné znaménko
- c) zlomek je roven nule, jestliže výraz v čitateli je roven nule
- d) zlomek nemá smysl, jestliže výraz ve jmenovateli je roven nule.

**PAMATUJTE :** - součin je kladný, jestliže všichni činitelé jsou kladní

- součin je také kladný, jestliže má sudý počet záporných činitelů
- součin je záporný, jestliže má lichý počet záporných činitelů
- součin je roven nule, jestliže alespoň jeden činitel je roven nule
- součin není roven nule, jestliže žádný činitel není roven nule.

**Příklad :** Pro jaké  $x$  je výraz  $\frac{5x}{7}$  a) kladný b) záporný c) roven nule

d) výraz nemá smysl.

a) Zlomek je kladný, jestliže čísel i jmenovatel je buď kladný nebo oba jsou záporné. Protože jmenovatel je kladný, tak čísel musí být také kladný. Aby součin  $\frac{5x}{7}$  byl kladný, musí být  $x$  kladný.  $x > 0$

b) Zlomek je záporný, jestliže čísel a jmenovatel má opačné znaménko.

Protože jmenovatel je kladný, tak čísel musí být záporný. Aby součin  $\frac{5x}{7}$  byl záporný, musí být  $x$  záporný.  $x < 0$

c) Zlomek je záporný, jestliže čítecitel je roven 0. Aby součin  $5x$  byl roven nule, musí být alespoň jeden čítecitel roven 0. v našem případě tedy  $x = 0$ .

d) Aby zlomek neměl smysl je nutné, aby jmenovatel byl roven 0. To v našem případě není možné. Nebo-li neexistuje žádné  $x$ , aby tento výraz neměl smysl.

**Příklad :** Pro jaké  $x$  je výraz  $\frac{x-9}{x}$  a) kladný b) záporný c) roven nule

d) výraz nemá smysl.

a)  $x > 0$  a současně  $x - 9 > 0 \Rightarrow x > 0$  a současně  $x > 9 \Rightarrow x > 9$

nebo

$x < 0$  a současně  $x - 9 < 0 \Rightarrow x < 0$  a současně  $x < 9 \Rightarrow x < 9$

b)  $x > 0$  a současně  $x - 9 < 0 \Rightarrow x > 0$  a současně  $x < 9 \Rightarrow 0 < x < 9$

nebo

$x < 0$  a současně  $x - 9 > 0 \Rightarrow x < 0$  a současně  $x > 9 \Rightarrow$  **neexistují žádné  $x$  dané vlastnosti**

c)  $x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9$

d)  $x = 0$

**Příklad 4 :** Pro jaké  $x$  je výraz  $\frac{5x}{x-4}$  a) kladný b) záporný c) roven nule

d) výraz nemá smysl.

**Příklad 5 :** Pro jaké  $x$  je výraz  $\frac{x-5}{x-1}$  a) kladný b) záporný c) roven nule

d) výraz nemá smysl.

**Příklad 6 :** Pro jaké  $x$  je výraz  $\frac{x^2}{2x+5}$  a) kladný b) záporný c) roven nule

d) výraz nemá smysl.

**Příklad 7 :** Pro jaké  $x$  je výraz  $\frac{9a^2-36}{3a^2+12a+12}$  a) kladný b) záporný c) roven nule

d) výraz nemá smysl.

## 2.2. Krácení a rozšiřování lomených výrazů

**Krátit zlomek znamená dělit čítecitel i jmenovatele stejným číslem, které je různé od nuly.**

Krátit můžeme pouze čísla a písmena, která jsou osamocena nebo jako čítecitel při součinu.

**Příklad :** Zjednodušte zlomky : a)  $\frac{12x}{15}$  b)  $\frac{6x^3y^2z}{10x^2y^5z^7}$  c)  $\frac{5x}{x^2+x}$  d)  $\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$

a)  $\frac{12x}{15} = \frac{12x:3}{15:3} = \frac{4x}{5}$

$$b) \frac{6x^3y^2z}{10x^2y^5z^7} = \frac{6x^3y^2z : 2x^2y^2z}{10x^2y^5z^7 : 2x^2y^2z} = \frac{3x}{5y^3z^6} \quad x \neq 0 \quad y \neq 0 \quad z \neq 0$$

( výsledek můžeme také zapsat ve tvaru  $0,6xy^{-3}z^{-6}$  )

$$c) \frac{5x}{x^2+x} = \frac{5x}{x \cdot (x+1)} = \frac{5x : x}{x \cdot (x+1) : x} = \frac{5}{x+1} \quad x \neq 0 \quad x \neq -1$$

$$d) \frac{x^2-y^2}{(x+y)^2} = \frac{(x+y) \cdot (x-y)}{(x+y)^2} = \frac{x-y}{x+y} \quad x \neq -y$$

( Při výpočtu nepíšeme do výpočtu výraz, kterým krátíme. V ukázce a, b, c jsme pro lepší pochopení tento výraz, kterým jsme krátili, uvedli. )

**Příklad 8:** Zjednodušte zlomky : a)  $\frac{5x^4y^5}{20x^3y^8} =$  b)  $\frac{2x^3y^3z^5}{26xy^4z^9} =$  c)  $\frac{-5x}{x^4 \cdot (x-6)} =$

d)  $\frac{5x}{x^3 \cdot (x-4)} =$  e)  $\frac{x-y}{x^3y-x^2y^2} =$  f)  $\frac{x^2-9}{5x+15} =$  g)  $\frac{x^2-4y^2}{(x+2y)^2} =$  h)  $\frac{x^2-1}{x^4-1} =$

ch)  $\frac{x^2-10x+25}{x^2-25} =$  i)  $\frac{4y^2-4y^5+y^8}{4y^2-y^8} =$

**Příklad 9 :** Zjednodušte zlomky : a)  $\frac{25x^2y^{2n}}{15x^{n+2}y^{2n}} =$  b)  $\frac{4x^{n+2}y^{3n}}{6x^{n-1}y^{n+2}} =$  c)  $\frac{3x^3y^{-3}z}{30x^{-2}y^{-5}z^{-2}} =$

d)  $\frac{2x^2y^5}{4x^4-8x^5y^2} =$  e)  $\frac{5xy^4z^5-20xy^5z^3}{40x^3yz} =$  f)  $\frac{9x^4-15xy^3}{15xy^4-21x^2} =$

**Rozšířit zlomek znamená násobit čitatele i jmenovatele stejným číslem, které je různé od nuly**

**Příklad :** Rozšířte zlomek výrazem, který je v závorce :

a)  $\frac{1}{2}x$  ( 5 )      b)  $\frac{x}{2}$  (  $x^2$  )      c)  $\frac{x}{2}$  (  $x-3$  )      d)  $\frac{x-5}{x+3}$  (  $x-1$  )

Řešení :

a)  $\frac{1}{2}x$  ( 5 )       $\frac{1}{2}x \cdot \frac{5}{5} = \frac{5}{10}x$

b)  $\frac{x}{2}$  (  $x^2$  )       $\frac{x}{2} \cdot \frac{x^2}{x^2} = \frac{x^3}{2x^2} \quad x \neq 0$

c)  $\frac{x}{2}$  (  $x-3$  )       $\frac{x}{2} \cdot \frac{x-3}{x-3} = \frac{x^2-3x}{2x-6} \quad x \neq 0$

d)  $\frac{x-5}{x+3}$  (  $x-1$  )       $\frac{x-5}{x+3} \cdot \frac{x-1}{x-1} = \frac{x^2-6x+5}{x^2+2x-3} \quad x \neq -3 \quad x \neq 1$

**Příklad 10 :** Rozšiřte zlomek výrazem, který je v závorce :

a)  $\frac{2x}{3}$  ( $y^2$ )      b)  $\frac{2x}{3}$  ( $x-3$ )      c)  $\frac{x-2}{x+4}$  ( $x^4$ )      d)  $\frac{x-2}{x+4}$  ( $x-3$ )

**Příklad :** Zjistěte jakým výrazem rozšiřujeme zlomek a doplňte chybějící číselník nebo jmenovatel : a)

$\frac{5x}{2y} = \frac{25x^3}{13yz^2}$       b)  $\frac{10x^3}{13yz^2} = \frac{30x^5y^2z}{39x^2y^3z^3}$       c)  $\frac{x-1}{x+2} = \frac{x^2-4}{x^2+4x+4}$   
d)  $\frac{x+2}{y+5} = \frac{x^2-4}{x-5}$       e)  $\frac{x-3}{x-5} = \frac{x^2-x-6}{5y}$       f)  $\frac{x^2-x}{5y} = \frac{x^3-2x^2+x}{x^2+4x+4}$

Řešení :

a)  $\frac{5x}{2y} = \frac{25x^3}{10x^2y}$        $25x^3 : 5x = 5x^2$        $5x^2 \cdot 2y = 10x^2y$        $\frac{5x}{2y} = \frac{25x^3}{10x^2y}$        $x \neq 0$        $y \neq 0$

b)  $\frac{10x^3}{13yz^2} = \frac{30x^5y^2z}{39x^2y^3z^3}$        $39x^2y^3z^3 : 13yz^2 = 3x^2y^2z$        $3x^2y^2z \cdot 10x^3 = 30x^5y^2z$

$\frac{10x}{13yz^2} = \frac{30x^5y^2z}{39x^2y^3z^3}$        $x \neq 0$        $y \neq 0$        $z \neq 0$

c)  $\frac{x-1}{x+2} = \frac{x^2-4}{x^2+4x+4}$        $(x^2+4x+4) = (x+2)^2 : (x+2) = (x+2)$        $(x+2) \cdot (x-1) =$   
 $= x^2+x-2$        $\frac{x-1}{x+2} = \frac{x^2+x-2}{x^2+4x+4}$        $x \neq -2$

d)  $\frac{x+2}{y+5} = \frac{x^2-4}{(y+5)(x-2)}$       již bez podrobnějšího výkladu       $\frac{x+2}{y+5} = \frac{x^2-4}{(y+5)(x-2)}$        $x \neq 2$        $y \neq -5$

e)  $\frac{x-3}{x-5} = \frac{x^2-x-6}{x^2-3x-10}$        $\frac{x-3}{x-5} = \frac{x^2-x-6}{x^2-3x-10}$        $x \neq -2$        $x \neq 5$

f)  $\frac{x^2-x}{5y} = \frac{x^3-2x^2+x}{5y(x-1)}$        $\frac{x^2-x}{5y} = \frac{x(x-1)}{5y} = \frac{x(x^2-2x+1)}{5y(x-1)} = \frac{x(x-1)^2}{5y(x-1)}$        $x \neq 1$        $y \neq 0$

**Příklad 11 :** Zjistěte jakým výrazem rozšiřujeme zlomek a doplňte chybějící číselník nebo jmenovatel :

a)  $\frac{5x^2y^3z}{10xy^2a} = \frac{20x^5y^4z^3b^2}{21c^4a(x+3)}$       c)  $\frac{x-3}{2x} = \frac{x^2-9}{x(x-2)}$       e)  $\frac{x^2+6x+9}{x(x-2)} = \frac{x^4-81}{u^2-10u+25} \cdot (x+3)$   
b)  $\frac{x^2y(x-3)}{3c^2} = \frac{x(x-2)(x+2)^2}{u-5}$       d)  $\frac{x^2-4}{x-1} = \frac{(x-2)(x+2)^2}{u^2-10u+25}$       f)  $\frac{u+5}{u-5} = \frac{x^4-81}{u^2-10u+25}$

## 2.3. Sčítání a odčítání lomených výrazů

$$\text{Příklad : } \frac{5}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+4}{x^2+x} = \frac{5}{x} + \frac{x}{x+1} + \frac{x+4}{x \cdot (x+1)} = \frac{5 \cdot (x+1) + x \cdot x + x+4}{x \cdot (x+1)} = \frac{5x+5+x^2+x+4}{x \cdot (x+1)} =$$

$$\frac{x^2+6x+9}{x \cdot (x+1)} = \frac{(x+3)^2}{x \cdot (x+1)} \quad x \neq 0 \quad x \neq -1$$

$$\text{Příklad : } \frac{2x}{x-2} - \frac{7}{x+2} - \frac{x^2+x+10}{x^2-4} = \frac{2x}{x-2} - \frac{7}{x+2} - \frac{x^2+x+10}{(x-2) \cdot (x+2)} =$$

$$= \frac{2x \cdot (x+2) - 7(x-2) - (x^2+x+10)}{(x-2) \cdot (x+2)} = \frac{2x^2+4x-7x+14-x^2-x-10}{(x-2) \cdot (x+2)} =$$

$$= \frac{x^2-4x+4}{(x-2) \cdot (x+2)} = \frac{(x-2)^2}{(x-2) \cdot (x+2)} = \frac{x-2}{x+2} \quad x \neq 2 \quad x \neq -2$$

**Příklad 12 :** Vypočítejte :

a)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{4} + \frac{x}{5} - \frac{x}{6} =$       b)  $\frac{2}{a} + \frac{3}{a^2} + \frac{4}{a^3} =$       c)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} + \frac{3}{x^4} =$

d)  $\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x} =$       e)  $\frac{2x}{x^2-1} + \frac{1}{x-1} - \frac{3x}{x+1} =$       f)  $\frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{1-x} =$

g)  $\frac{x^2}{y^2} + \frac{x}{y} + x =$       h)  $\frac{2}{x-1} - \frac{5}{2x-2} + \frac{4}{3x-3} =$       ch)  $\frac{a+1}{a^2-a} - \frac{1}{a-1} =$

i)  $\frac{a-1}{a^2+a} - \frac{a+1}{a^2-a} =$       j)  $\frac{2+a}{1-a^2} - \frac{2-a}{(a-1)^2} =$       k)  $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{3-x} + \frac{2x}{x^2-9} =$

l)  $\frac{x}{x+y} + \frac{x}{x-y} + \frac{x}{x^2-y^2} =$       m)  $\frac{2x}{x+y} - \frac{3y}{y-x} - \frac{2x^2+3y^2}{x^2-y^2} =$

n)  $\frac{2}{x-1} - \frac{x^2+x+1}{x^3-1} =$       o)  $\frac{x^2+2x+1}{x^3+3x^2+3x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} =$

p)  $\frac{x^2-1}{(x+1)^3} + \frac{2}{(1+x)^2} =$       r)  $\frac{x^2-x+1}{x^3+1} - \frac{1}{x-1} =$

s)  $\frac{1}{2u} - \frac{5}{6u} + \frac{u-1}{u^2+u} =$       t)  $\frac{4}{v} - \frac{v-1}{v^2} - \frac{3}{v+2} =$

u)  $x-3 + \frac{1}{x-3} =$       v)  $2x-1 - \frac{2x^2+3}{x+6} =$

w)  $\frac{x+5}{x+4} + x-3 =$       x)  $\frac{3+x^2}{x+3} - (x-2) =$

y)  $\frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1} =$       z)  $\frac{b+2}{b-2} - \frac{b+1}{2-b} =$

**Příklad 13 :** Vypočítejte :

a)  $\frac{z-3}{z^2-z} - \frac{2}{1-z} =$

c)  $\frac{z}{z^2-1} - \frac{z}{(z-1)^2} =$

e)  $\frac{z^2+z}{(z+2)^2} - \frac{z-1}{z+2} =$

g)  $\frac{1}{p+2} - \frac{1}{p-2} + \frac{p^2}{p^2-4} =$

i)  $\frac{1}{p+1} + \frac{1}{p-1} + \frac{2}{1-p^2} =$

k)  $\frac{x}{(x-2)^3} - \frac{1}{(2-x)^2} =$

m)  $\frac{4x-2x^2-8}{x^3+8} - \frac{x}{x+2} =$

b)  $\frac{z}{z^2+z} + \frac{1}{z^2-z} =$

d)  $\frac{z^2+z}{z^2-1} + \frac{1}{1-z} =$

f)  $\frac{z^2+6z}{(z-2)^2} + \frac{2}{2-z} =$

h)  $\frac{2}{p+4} + \frac{2}{4-p} + \frac{p^2}{p^2-16} =$

j)  $\frac{1}{p+5} + \frac{1}{5-p} - \frac{2p}{p^2-25} =$

l)  $\frac{x}{x^3+6x^2+12x+8} - \frac{1}{(x+2)^2} =$

n)  $\frac{x^2}{x^2-x+\frac{1}{4}} + \frac{x^2}{2 \cdot (x-0,5)^3} =$

## 2.4. Násobení a dělení lomených výrazů

<b>Příklad :</b> $\frac{5xy^2}{16ab^2} \cdot \frac{24a^3bx^4}{25y^4z} = \frac{1 \cdot x}{2 \cdot b} \cdot \frac{3a^2x^4}{5y^2z} = \frac{3a^2x^5}{10by^2z}$	$a \neq 0 \quad b \neq 0 \quad y \neq 0 \quad z \neq 0$
--	---

<b>Příklad :</b> $\frac{5x^3 \cdot (x-1)^2}{4y \cdot (x^2-1)} \cdot \frac{16y^3z \cdot (x+1)}{25x^2 \cdot (x-1)} = \frac{1 \cdot x \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 1} \cdot \frac{4 \cdot y^2z \cdot 1}{5 \cdot 1 \cdot 1} = \frac{4y^2z}{5}$	$x \neq 0 \quad y \neq 0 \quad x \neq 1 \quad x \neq -1$
--	--

**POZOR :** Před vlastním násobením mnohočlenů musíme krátit.

**Příklad 14 :** Vypočítejte :

a)  $\frac{2}{a} \cdot \frac{3}{b} =$

b)  $\frac{x}{y} \cdot \frac{2y}{3z} \cdot \frac{5z}{4x} =$

c)  $\left(-\frac{3ab^2}{4c^3d}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2c^2}{3b}\right)^3 =$

d)  $(-3xy^2)^3 \cdot \frac{3x-1}{9x^3y^5} =$

e)  $(4x-5y) \cdot \frac{-3y}{20y-16x} =$

f)  $\frac{4r-10}{r+3} \cdot \frac{12+4r}{15-6r} =$

g)  $\frac{(s+2)^2}{s^2-4} \cdot \frac{6-3s}{10+2s} =$

h)  $\frac{rs-5s^2}{5s-r} \cdot \frac{2r+6s}{3s+r} =$

i)  $\frac{(u-v)^3}{uv-u^2} \cdot \frac{v^2+uv}{u^2-v^2} =$

j)  $\left(1-\frac{4}{x^2}\right) \cdot \left(\frac{2x}{x-2}+x\right) =$

k)  $\left(1-\frac{6}{y}+\frac{9}{y^2}\right) \cdot \frac{3y^2}{3-y} =$

l)  $\left(\frac{-xy}{x-y}-x\right) \cdot \frac{y-x}{x} =$

m)  $\left(\frac{x}{x+y}\right) \cdot \left(x-\frac{y^2}{x}\right) =$

**Příklad 15 :** Vypočtete :



a)  $(9x - 12) \cdot \frac{3x+2}{3x-4} =$

b)  $(7u + 3v) \cdot \frac{20}{28u+12v} =$

c)  $\frac{3x}{x-1} \cdot (x^4 - 1) =$

d)  $m^2 - n^2 \cdot \frac{n-m}{m+n} =$

e)  $\frac{3x+4y}{x} \cdot \frac{9x^2-24xy+16y^2}{9x^2-16y^2} =$

f)  $\frac{5x^2}{(x-3)^2 - (x+2)^2} \cdot \frac{1-2x}{10x^4} =$

g)  $\frac{4y-5z}{2x^2} \cdot \frac{5xz-4xy}{16y^2+10yz-5z \cdot (10y-5z)} =$

h)  $\frac{3r^2s}{r-5s} \cdot \frac{2r-10s}{6rs} =$

ch)  $\frac{rs+s^2}{2r} \cdot \frac{rs-s^2}{r^2-s^2} =$

i)  $\frac{r^2-2rs+s^2}{r+s} \cdot \frac{rs+s^2}{r-s} =$

j)  $\frac{(r+s)^2}{r^2-s^2} \cdot \frac{(r-s)^2}{2r+2s} =$

k)  $\frac{p-2}{p+2} \cdot \frac{2+p}{2-p} =$

l)  $\frac{3p-1}{p+3} \cdot \frac{3r+pr}{1-3p} =$

m)  $\frac{p-r}{2p^2r} \cdot \frac{3pr^2}{r^2-pr} =$

n)  $\frac{p^2-r^2}{p^2+pr} \cdot \frac{p-r}{(r-p)^2} =$

o)  $(y-x) \cdot \left(1 + \frac{x}{y}\right) =$

p)  $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \cdot (x+y) =$

r)  $\left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right) \cdot \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) =$

s)  $\left(\frac{2y}{x-y} + 1\right) \cdot \left(\frac{2y}{x+y} - 1\right) =$

**Zlomek dělíme zlomkem tak, že dělenec násobíme převrácenou hodnotou dělitele.**

<p><b>Příklad :</b> <math>\frac{25x^2 \cdot (x-2)^2}{16y^2 \cdot (x^2-4)} : \frac{5x^3 \cdot (x-2)}{24y^5z^2 \cdot (x+2)^2} = \frac{25x^2 \cdot (x-2) \cdot (x-2)}{16y^2 \cdot (x-2) \cdot (x+2)} \cdot \frac{24y^5z^2 \cdot (x+2) \cdot (x+2)}{5x^3 \cdot (x-2)} =</math></p> <p><math>= \frac{5.1.1.1}{2.1.1.1} \cdot \frac{3y^3z^2 \cdot 1 \cdot (x+2)}{1 \cdot x \cdot 1} = \frac{15y^3z^2 \cdot (x+2)}{2x} \quad x \neq 0 \quad y \neq 0 \quad z \neq 0 \quad x \neq 2 \quad x \neq -2</math></p>
--

**Příklad 16 :** Vypočítejte :

a)  $\frac{3-27a}{a+2} : \frac{18a^2-2a}{2a+4} =$

b)  $\frac{4x^2-4xy}{2y^2-2xy} : \frac{x^2-2xy}{xy-2y^2} =$

c)  $\left[ 2a-b - a-2b \right] : \frac{4a^2-4b^2}{ab-a^2} =$

d)  $\frac{u^3-4u^2v+4uv^2}{4u^2-8uv} : \frac{u^2-4v^2}{2v \cdot (u-v) + u^2-uv} =$

e)  $\frac{3u}{2u-5} : \frac{5u}{4u-10} =$

f)  $\frac{u^2-4}{2-u} : \frac{2+u}{u^2} =$

g)  $\frac{u-v}{u+v} : \frac{v-u}{v+u} =$

h)  $\frac{2u^2}{v^2-v} : \frac{-3u}{v^2-v^3} =$

ch)  $\frac{x^2-6x+9}{xy-3y} : \frac{x^2-9}{2y} =$

i)  $\frac{x^2-2x}{x-y} : \frac{x^2-2x+xy-2y}{x^2-y^2} =$

j)  $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) =$

k)  $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) : \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) =$

l)  $(x-y) : \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) =$

m)  $\left(\frac{1}{x} - y\right) : \left(\frac{1}{y} - x\right) =$

n)  $\left(\frac{a}{a-1} - \frac{a+1}{a}\right) : \left(\frac{a}{a+1} - \frac{a-1}{a}\right) =$

o)  $\left(1 - \frac{a+1}{a}\right) : \left(1 - \frac{a}{a+1}\right) =$

p)  $\left(\frac{a-b}{a} - \frac{a+b}{b}\right) : \left(\frac{a-b}{b} + \frac{a+b}{a}\right) =$

r)  $\left(\frac{1+a}{b} + \frac{1+a}{ab}\right) : \left(\frac{a+1}{ab}\right)^2 =$

**Příklad 17** : Vypočítejte :

a)  $\left(\frac{2}{3y-x} - \frac{x+3y}{x^2-9y^2}\right) \cdot (x-3y) =$

b)  $\left(\frac{x}{x-1} + 1\right) : \left(1 - \frac{3x^2}{1-x^2}\right) =$

c)  $\frac{x^3 - x^2y - 9x + 9y}{x^2 - xy - 3x + 3y} \cdot \frac{1}{x+3} =$

d)  $\frac{(x+4)^2 - (x-1)^2}{6x+9} \cdot \frac{6x^2 - 24}{6x^2 + 24x + 24} =$

e)  $\left(m+1 + \frac{1}{m-1}\right) : \left(1 + \frac{1}{m^2-1}\right) =$

f)  $\left(\frac{a}{b} - \frac{a+1}{b+1}\right) : \frac{a^2 - b^2}{b+1} =$

g)  $\left(\frac{4}{x^2-3x} + \frac{5}{x^2-9}\right) : \left(\frac{x^2+12x+17}{x^2+6x+9} - 1\right) =$

h)  $\left[\frac{3(a-1)}{a-2} - 1\right] : \left(1 - \frac{3a^2+3}{4-a^2}\right) =$

ch)  $\left(\frac{2u+v}{4u^2-v^2} - \frac{1}{v-2u}\right) : \frac{1}{2u-v} =$

i)  $\frac{xy+x^2}{2xy} \cdot \frac{2y^2-2yx}{x^2-y^2} =$

j)  $\frac{9m^3-18m^2+m-2}{3m-1} : \left(\frac{1}{1-3m} + \frac{1}{1+3m} - 1\right) =$

k)  $\left(a - \frac{b^2}{a}\right) : \left(\frac{2ab^2+b^3}{ab} + a\right) =$

l)  $\left(\frac{p-1}{p-2} - \frac{p}{p-1}\right) \cdot \left(p - \frac{p}{p+1}\right) \cdot (p^2-1) =$

m)  $1-x-x \cdot (1-x) \cdot \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1+x}{1-x^2}\right) =$

n)  $\left(a - \frac{4ab}{a+b} + b\right) : \left(\frac{a}{a+b} - \frac{b}{b-a} - \frac{2ab}{a^2-b^2}\right) =$

o)  $\frac{x}{ax-2a^2} - \frac{2}{x^2+x-2ax-2a} \cdot \left(1 + \frac{3x+x^2}{3+x}\right) =$

p)  $\frac{2a}{a^2-4x^2} + \frac{1}{2x^2+6x-ax-3a} \cdot \left(x + \frac{3x-6}{x-2}\right) =$

q)  $\frac{3ab}{a^2-ab} + \frac{5a}{a+b} - 2 \cdot \frac{b^2+2a^2}{a^2-b^2} =$

r)  $\left(\frac{1}{2x-y} + \frac{3y}{y^2-4x^2} - \frac{2}{2x+y}\right) : \left(\frac{4x^2+y^2}{4x^2-y^2} + 1\right) =$

s)  $\left(\frac{m^2+n^2}{m^2-n^2} - \frac{m^2-n^2}{m^2+n^2}\right) : \left(\frac{m+n}{m-n} - \frac{m-n}{m+n}\right) =$

## 2.5. Složený lomený výraz

<p><b>Příklad</b> :</p> $\frac{\frac{xy+y^2}{-x^2+xy}}{\frac{x^2+xy}{(x-y)^2}} = \frac{\frac{y \cdot (x+y)}{-x \cdot (x-y)}}{\frac{x \cdot (x+y)}{(x-y) \cdot (x-y)}} = \frac{y \cdot (x+y)}{-x \cdot (x-y)} \cdot \frac{(x-y) \cdot (x-y)}{x \cdot (x+y)} = \frac{y \cdot (x-y)}{-x^2} = \frac{y \cdot (y-x)}{x^2}$
--

$x \neq 0 \quad y \neq x \quad x \neq -y$

**Příklad 18** : Vypočítejte :

$$a) \frac{\frac{b}{a^2+ab} + \frac{2}{a+b} + \frac{a}{b^2+ab}}{\frac{a^2-b^2}{4ab}} =$$

$$b) \frac{\frac{r}{r-2} - 2}{\frac{16-r^2}{r^2-4r+4}} =$$

$$c) \frac{\frac{2a}{a+2} + \frac{6a}{6-3a} + \frac{8a}{a^2-4}}{\frac{a-4}{a-2}} =$$

$$d) \frac{\left(\frac{2}{x+2} - 3\right) \cdot \left(1 + \frac{x-1}{2-x}\right)}{\frac{9x+12}{x^3-4x}} =$$

$$e) \frac{\frac{a^2+b^2}{b} + 2a}{\frac{1}{b} + \frac{1}{a}} + \frac{2b - \frac{a^2+b^2}{a}}{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}} =$$

$$f) \frac{\frac{1}{m+1} - 1}{\frac{2m-1}{m+1} - \frac{2m+1}{m-1}} =$$

## 2.6. Operace se složitějšími lomenými výrazy

**Příklad 19** : Vypočítejte :

$$a) \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}} \cdot \frac{a^2-b^2}{a \cdot (a+b)} + \left(1 - \frac{2a}{b} + \frac{a^2}{b^2}\right) : \frac{(b-a)^3}{b^2 \cdot (a-b)} =$$

$$e) \left[ \frac{3 \cdot (a-1)}{a-2} - 1 \right] : \left[ 1 - \frac{3a^2+3}{4-a^2} \right] =$$

$$b) \frac{\frac{5}{a^2} - \frac{1}{a}}{\frac{3}{a}} : \left[ \frac{4}{3a} + \frac{1}{3 \cdot (a-2b)} \cdot \frac{2ab - a^2 - 2b + a}{a} \right] =$$

$$f) \frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}{1 - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}} \cdot \frac{1}{a} =$$

$$c) \frac{\frac{5x^2-5xy}{xy+y^2}}{\frac{y^3-yx^2}{xy^2}} =$$

$$g) \frac{\frac{2a}{4a^2-9} + \frac{1}{3-2a}}{1 - \frac{2a-3}{2a+3}} =$$

$$d) \left[ \frac{a+b}{2 \cdot (a-b)} - \frac{a-b}{2 \cdot (a+b)} - \frac{2b^2}{b^2-a^2} \right] \cdot \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) =$$

$$h) \frac{1 - \frac{c-d}{c+d}}{1 - \frac{2d}{c+d}} - \frac{4cd}{c^2-d^2} =$$

## 2.7. Lineární rovnice s neznámou ve jmenovateli

**Příklad** : Vyřešte rovnici :  $\frac{2}{x} + \frac{3}{2x} = 0,7$

- 1) určíme podmínky řešitelnosti :  $x \neq 0$
- 2) celou rovnici vynásobíme společným jmenovatelem

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{2x} = 0,7 \quad / \cdot 2x$$

$$4 + 3 = 1,4x$$

$$7 = 1,4x$$

$$x = 5$$

$$3) \text{ uděláme zkoušku : } L : \frac{2}{5} + \frac{3}{2 \cdot 5} = \frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{4+3}{10} = \frac{7}{10}$$

$$P : 0,7 \quad L = P$$

**Příklad :** Vyřešte rovnici :  $\frac{x-1}{x-5} + \frac{x+3}{x-3} = 2$

1) určíme podmínky řešitelnosti :  $x \neq 5 \quad x \neq 3$

2) celou rovnici vynásobíme společným jmenovatelem

$$\frac{x-1}{x-5} + \frac{x+3}{x-3} = 2 \quad / \cdot (x-5) \cdot (x-3)$$

$$(x-1) \cdot (x-3) + (x+3) \cdot (x-5) = 2 \cdot (x-5) \cdot (x-3)$$

$$x^2 - 4x + 3 + x^2 - 2x - 15 = 2x^2 - 16x + 30$$

$$-6x - 12 = -16x + 30$$

$$10x = 42$$

$$x = 4,2$$

$$3) \text{ uděláme zkoušku : } L = \frac{4,2-1}{4,2-5} + \frac{4,2+3}{4,2-3} = \frac{3,2}{-0,8} + \frac{7,2}{1,2} = -4 + 6 = 2$$

$$P = 2 \quad L = P$$

**Příklad 20 :** Vyřešte rovnici :

a)  $\frac{2x}{2x-1} + \frac{2x+1}{2x} = 2$

b)  $\frac{4}{x-3} - \frac{1}{x-4} = \frac{3}{x-2}$

c)  $\frac{3}{(x-4) \cdot (x+1)} = \frac{4}{(x-5) \cdot (x+1)}$

d)  $\frac{x+7}{x-5} + \frac{x+5}{x-7} = 2$

e)  $\frac{x}{2x-3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{x-3}$

f)  $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x+4}$

g)  $\frac{x+2}{x+3} + \frac{2-x}{x-3} = \frac{5}{x^2-9}$

h)  $\frac{x-1}{2} - \frac{3}{x+1} = \frac{1}{6}$

ch)  $\frac{x-1}{x-3} - \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$

i)  $\frac{3 \cdot \left(\frac{x-1}{2}\right)}{x-4} = \frac{1}{4}$

j)  $\frac{3 \cdot \left(\frac{x-1}{4} - \frac{1}{3}\right)}{x-1} = 0,75$

k)  $\frac{1}{x+3} = \frac{2}{x-2}$

l)  $\frac{3}{x-5} = \frac{8}{x-6}$

m)  $\frac{4}{2x-3} = \frac{6}{4x-5}$

n)  $\frac{5}{4x+7} = \frac{3}{2x-1}$

o)  $\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-1}{x+2} = 0$

p)  $\frac{2x+3}{2x-1} = \frac{2x+1}{2x-3}$

r)  $\frac{x}{x-4} + \frac{x+4}{x} = 2$

s)  $\frac{2x}{2x-1} + \frac{2x+1}{2x} = 2$

t)  $\frac{y+5}{y-3} + \frac{y+3}{y-5} = 2$

u)  $\frac{y+1}{y-2} + \frac{y+2}{y-1} = 2$

v)  $\frac{y+1}{y-1} + \frac{y+2}{y-2} = 2$

w)  $\frac{y+4}{y-4} + \frac{y+6}{y-6} = 2$

x)  $\frac{2x+1}{3x-(2x-4)} = 1$

y)  $\frac{2x+8}{5x-(4x-4)} = 2$

z)  $\frac{6y-24}{8y-2 \cdot (3y+5)} = 3$

aa)  $\frac{4y+12}{7y-3 \cdot (2y-1)} = 5$

**Souhrnná cvičení :**

1) Vypočtěte :

a)  $\frac{p^2+2p+1}{p^2-1} : \frac{p+1}{p-1} =$

b)  $\left(\frac{-xy}{x-y} - x\right) \cdot \frac{y-x}{x} =$

c)  $\left(\frac{4x^2}{4x^2-9} - 1\right) : \frac{12x^2-36x+27}{12x+4x^2+9} =$

d)  $\frac{x+y}{x-y} - \frac{x+y}{y-x} \cdot \frac{4-2x}{2y+2x} =$

e)  $\left(\frac{2b}{b+2} + \frac{6(b+1)}{6-3b} + \frac{11b}{b^2-4}\right) : \frac{b-4}{b-2} =$

f)  $\frac{2x-3y}{2x+3y} + \frac{2x+3y}{3y-2x} + \frac{2(4x^2+9y^2)}{4x^2-9y^2} =$

g)  $\frac{\frac{a}{a+2b} - \frac{a-2b}{4b^2-a^2}}{\frac{1}{2b+a}} + \frac{\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}}{\frac{a^2+b^2}{a^2+ab}} =$

h)  $\left(\frac{5a}{a+x} + \frac{5x}{a-x} + \frac{10ax}{a.a-x.x}\right) \cdot \left(\frac{a}{a+x} + \frac{x}{a-x} - \frac{2ax}{a.a-xx}\right) =$

2) Vypočtěte a dosazením do zadání a výpočtu ověřte správnost výpočtu :

a)  $(16-4m) - 2 \cdot (4-2m) \cdot \frac{64-m^2}{8m-64} = \quad m = -1$

b)  $\frac{ab+2+2a+b}{b^2+4b+4} : \frac{a^2+a}{b+2} = \quad a = 1 \quad b = -\frac{1}{2}$

c)  $\frac{m^2-4m+4}{16-m^2} \cdot \left(\frac{m}{m-2} - 2\right) = \quad m = 1$

d)  $\left(\frac{a}{a-1} - \frac{1+a}{1-a^2}\right) \cdot 1 - a - a \cdot (1-a) - (a-3) = \quad a = -\frac{1}{2}$

e)  $\left(\frac{3x^2}{x^2-y^2} + 1\right) : \left(1 - \frac{x}{y-x}\right) = \quad x = 3 \quad y = -2$

f)  $\frac{25-10a+a^2}{7a} \cdot \frac{a^2+5a}{25-a^2} = \quad a = -0,25$

g)  $\left(\frac{a}{a-1} - \frac{3a-1}{a^2-1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{a}\right) = \quad a = -2$

3) Pro jaké  $x$  je výraz  $\frac{(3-x) \cdot (2x-1)}{x+2}$ 

a) kladný

b) záporný

c) roven nule

d) výraz nemá smysl.

4) Pro jaké  $x$  je výraz  $\frac{\frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{x^2-1}{x^2+1}}{\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}} =$ 

a) kladný

b) záporný

c) roven nule

d) výraz nemá smysl.

5) Řešte rovnici:

a)  $\frac{2x}{2x-1} + \frac{2x+1}{2x} = 2$

b)  $\frac{x-1}{x-3} = \frac{3}{10}$

c) 
$$\frac{9 \cdot 2 - x}{7x - 4} \cdot \frac{3x - 1}{3x - 1} = 2$$

d) 
$$-\frac{x+3}{4} + \frac{2x+3}{8} = \frac{3}{x+3}$$

e) 
$$\frac{4x-3}{5-6x} + \frac{1}{2} = 0$$

f) 
$$3 = \frac{2s+1}{s+2} + \frac{s-7}{s-1}$$

g) 
$$\frac{2s+1}{s+3} - \frac{2s+7}{s-1} = \frac{6}{s^2+2s-3}$$

h) 
$$\frac{7a-4}{14} + \frac{3}{3a+8} = \frac{a-1}{2}$$

ch) 
$$\frac{h+2}{h+3} = 2 - \frac{h+3}{h+4}$$

i) 
$$\frac{x+2}{x-2} - 1 = \frac{3x^2+x+9}{3 \cdot x^2-4} - \frac{x-2}{x+2}$$

6) Určete hodnotu výrazu : a)  $3 \cdot (2 - 3x) - 4 \cdot (1 - x) \cdot (1 + x) - 1x^2$  pro  $x = -2$ b)  $2 \cdot (3 - 2x) - 5 \cdot (1 - x) \cdot (1 + x) - 3x^3$  pro  $x = -3$ 

7) Vypočtěte :

a)  $(5m^2 - 4am + 2a^2) + (3m^2 - 3a^2) - (8m^2 - 4am) =$

b)  $6x - \left[ 2x^2 - 3x \cdot x - 1 + 2 \cdot x^2 + 4^2 \right] - (x-5) \cdot (x+5) =$

c)  $(6x^2 - 3xy + 5y^2) + (2x^2 - 3y^2) - (8x^2 - 5xy) =$

d)  $5a - \left[ 3a^2 - 2a \cdot a - 1 + 3 \cdot a^2 + 4^2 \right] - (a-3) \cdot (a+3) =$

8) Zjednodušte :

a) 
$$\frac{2}{p+4} + \frac{2}{4-p} + \frac{p^2}{p^2-16} =$$

b) 
$$\frac{4x-2x^2-8}{x^3+8} - \frac{x}{x+2} =$$

c) 
$$\frac{u-v^2}{u} \cdot \frac{u^2+uv}{u^2-v^2} =$$

d) 
$$\frac{x}{y-x} \cdot \left( x - \frac{y^2}{x} \right) =$$

e) 
$$\left( \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} + 1 \right) : \left( 1 - \frac{1}{x^2} \right) =$$

f) 
$$\frac{\frac{2rs}{s+r}}{s - \frac{s^2}{r+s}} =$$

g) 
$$\frac{1}{p+2} - \frac{1}{p-2} + \frac{p^2}{p^2-4} =$$

h) 
$$\frac{x}{x^3+6x^2+12x+8} - \frac{1}{x+2} =$$

i) 
$$\frac{u^2-v^2}{u+v} \cdot \frac{2u}{v-u} =$$

j) 
$$\left( \frac{-xy}{x-y} - x \right) \cdot \frac{y-x}{x} =$$

k) 
$$\left( \frac{1}{r} + \frac{1}{s} \right) : \frac{r^2-s^2}{s-r} =$$

l) 
$$\frac{\frac{2}{x^2+2x+1}}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}} =$$

9) Zjednodušte :

a) 
$$\frac{9z^2-12z+4}{3z-2} =$$

b) 
$$\frac{3uv+9v-2u-6}{3uv-2u-9v+6} =$$

c) 
$$\frac{3a^3+ab^2-6a^2b-2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5} =$$

d) 
$$\frac{2m-n}{m-n} + \frac{m}{n-m} =$$

e) 
$$\frac{3+2x}{2-x} - \frac{2-3x}{2+x} + \frac{x \cdot 16-x}{x^2-4} =$$

f) 
$$\left( \frac{1}{n-1} - \frac{3}{n^3-1} - \frac{3}{n^2+n+1} \right) \cdot \left( n + \frac{2n+1}{n-1} \right) =$$

$$g) \frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}{1 - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}} \cdot \frac{2 - \frac{1+b^2}{b}}{\frac{1}{b^2} - \frac{2}{b} + 1} =$$

$$10) \text{ Řešte rovnici: } \frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x^2-x} + \frac{x^2-2}{x^2-1} = 1$$

$$11) \text{ Určete hodnotu } x \text{ tak, aby zlomek } \frac{7-x+3^2}{9} \text{ byl co největší.}$$

12) Vypočítejte :

$$a) \frac{\frac{x}{4} + 0,5}{\frac{x}{4} - \frac{1}{2}} = \frac{x + \frac{8}{9}}{x - 2\frac{2}{3}}$$

$$d) \frac{\frac{x}{2} - \frac{2x-1}{3}}{\frac{x}{3} + \frac{3x-1}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$b) \frac{2,25 + 1\frac{1}{4} \cdot x}{1\frac{1}{6} - \frac{5x}{6}} = \frac{1\frac{1}{3} + \frac{3x}{4}}{\frac{2}{3} - 0,5x}$$

$$e) \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x}{2} + 1\frac{1}{6}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}}$$

$$c) \frac{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{x}{2}\right)}{\frac{1}{3} \cdot \left(x - \frac{1}{4}\right)} = \frac{\frac{1}{6} - \frac{x}{28}}{\frac{1}{4} - \frac{x}{21}}$$

$$f) \frac{1}{1 + \frac{1}{7 - \frac{24}{x-2}}} = \frac{1}{1 + 0,25}$$

## Výsledky :

$$1) \text{ a) } -\frac{7}{36}, \quad x < 3,5 \quad \text{b) } 1\frac{1}{3} \quad x > -12, \quad \text{c) } \frac{15 \cdot \sqrt{39}}{39} \quad x > -12, \quad \text{d) } \frac{13 \cdot \sqrt{33}}{33} \quad x > -12,$$

$$2) \text{ a) nejsou podmínky, b) } x \neq 0, \quad \text{c) } x \neq 0, \quad \text{d) } x \neq 5, \quad \text{e) } x \neq 3 \quad x \neq -3, \quad \text{f) } x \neq 5, \quad \text{g) } x \neq 3,$$

$$\text{h) } x \neq -1 \quad x \neq 3, \quad \text{ch) nejsou podmínky, i) } x \neq 0 \quad x \neq 5 \quad x \neq -1, \quad \text{j) } x \neq 0 \quad x \neq 1, \quad \text{k) } x \neq 2,$$

$$\text{l) } x \neq 5 \quad x \neq -4 \quad x \neq 2, \quad \text{m) } x \neq \frac{7}{8} \quad x \neq -\frac{7}{8}, \quad \text{n) } x \neq -1, \quad \text{o) } x \neq 9 \quad x \neq -9, \quad \text{p) } x \neq 0 \quad x \neq y \quad x \neq -y,$$

$$\text{r) } x \neq 0 \quad y \neq 0 \quad x \neq y, \quad \text{s) } x > 0, \quad \text{t) } x > -3, \quad \text{u) } x < 0, \quad \text{v) } x < -3, \quad \text{w) } x > -7 \quad x \neq 3, \quad \text{x) } x \neq -\frac{4}{3}y$$

$$x \neq \frac{4}{3}y,$$

$$3) \text{ a) } b \neq 0 \quad c \neq -\frac{3}{4}, \quad \text{b) } x \neq -2,5y, \quad \text{c) } x \neq 0 \quad x \neq -1,5y, \quad \text{d) } k \neq -0,25, \quad \text{e) } x \neq 0 \quad m \neq 0 \quad x \neq 1 \quad x \neq -1,$$

$$\text{f) } b \neq -\frac{4}{3} \quad a \neq -0,5, \quad \text{g) } u \neq 5 \quad t \neq 1,5s, \quad \text{h) } x \neq 4-3y, \quad x \neq -4-3y, \quad \text{i) } y \neq 0 \quad z \neq -20, \quad \text{j) } y \neq -1,$$

$$\text{k) } x > 0, \quad \text{l) } x > 5, \quad \text{m) } x \neq y \quad x \neq 3, \quad \text{n) } r \neq 2, \quad x \neq 4 \quad x \neq -4,$$

$$4) \text{ a) } x < 0 \text{ nebo } x > 4, \quad \text{b) } 0 < x < 4, \quad \text{c) } x = 0, \quad \text{d) } x = 4,$$

$$5) \text{ a) } x < 1 \text{ nebo } x > 5, \quad \text{b) } 1 < x < 5, \quad \text{c) } x = 5, \quad \text{d) } x = 1,$$

$$6) \text{ a) } x > -2,5 \quad x \neq 0, \quad \text{b) } x < -2,5, \quad \text{c) } x = 0, \quad \text{d) } x = -2,5,$$

$$7) \text{ a) } a < -2 \text{ nebo } a > 2, \quad \text{b) } -2 < a < 2, \quad \text{c) } a = 2, \quad \text{d) } a = -2,$$

$$8) \text{ a) } 0,25xy^{-3} \quad x \neq 0 \quad y \neq 0, \quad \text{b) } \frac{x^2}{13xz^4} \quad x \neq 0 \quad y \neq 0 \quad z \neq 0, \quad \text{c) } \frac{-5}{x^3 \cdot x-6} \quad x \neq 0 \quad x \neq 6,$$

- d)  $\frac{5}{x^2 \cdot x-4}$   $x \neq 0$   $x \neq 4$ , e)  $\frac{1}{x^2 y}$   $x \neq 0$   $y \neq 0$   $x \neq y$ , f)  $\frac{x-3}{5}$   $x \neq -3$ , g)  $\frac{x-2y}{x+2y}$   
 $x \neq -2y$ , h)  $\frac{1}{x^2+1}$   $x \neq -1$   $x \neq 1$ , ch)  $\frac{x-5}{x+5}$   $x \neq -5$   $x \neq 5$ , i)  $\frac{2-y^3}{2+y^3}$   $y \neq 0$   $y \neq -2^{\frac{1}{3}}$   $y \neq -2^{\frac{1}{3}}$ ,
- 9 a)  $1\frac{2}{3}x^{-n}$   $x \neq 0$   $x y \neq 0$ , b)  $\frac{2}{3}x^3 y^{2n-2}$   $x \neq 0$   $y \neq 0$ , c)  $0,1x^5 y^2 z^3$   $x \neq 0$   $y \neq 0$   $z \neq 0$ ,
- d)  $\frac{y^5}{x^2 \cdot 2-4xy^2}$   $x \neq 0$   $x \neq 0,5y^2$ , e)  $\frac{y^3 z^2 \cdot z^2 - 4y}{8x^2}$   $x \neq 0$   $y \neq 0$   $z \neq 0$ , f)  $\frac{3x^3 - 5y^3}{5y^4 - 7x}$   
 $x \neq 0$   $x \neq \frac{5y^4}{7}$ ,
- 10 a)  $\frac{2xy^2}{3y^2}$   $y \neq 0$ , b)  $\frac{2x \cdot x-3}{3 \cdot x-3}$   $x \neq 3$ , c)  $\frac{x^4 \cdot x-2}{x^4 \cdot x+4}$   $x \neq 0$   $x \neq -4$ ,
- d)  $\frac{x-2 \cdot x-3}{x+4 \cdot x-3}$   $x \neq -4$   $x \neq 3$ ,
- 11 a)  $40x^4 y^3 z^2 ab^2$   $x \neq 0$   $y \neq 0$   $z \neq 0$   $a \neq 0$   $b \neq 0$ , b)  $7ac^2 x^2 y \cdot (x^2-9)$   $a \neq 0$   $c \neq 0$   $x \neq -3$ ,  
c)  $2x \cdot (x+3)$   $x \neq 0$   $x \neq -3$ , d)  $(x-1) \cdot (x+2)$   $x \neq 1$   $x \neq -2$  e)  $x \cdot (x-2) \cdot (x-3) \cdot (x^2+9)$   $x \neq 0$   
 $x \neq 2$   $x \neq 3$ , f)  $u^2 - 25$   $u \neq 5$ ,
- 12 a)  $\frac{37x}{60}$ , b)  $\frac{2a^2+3a+4}{a^3}$   $a \neq 0$ , c)  $\frac{x^3+x^2-2x+3}{x^4}$   $x \neq 0$ , d)  $\frac{x^3-x+2}{x \cdot x-1 \cdot x+1}$   $x \neq 0$   
 $x \neq -1$   $x \neq 1$ , e)  $\frac{-3x^2+6x+1}{x^2-1}$   $x \neq -1$   $x \neq 1$ , f)  $\frac{x^2+3x-2}{x-1 \cdot x+1}$   $x \neq -1$   $x \neq 1$ ,
- g)  $\frac{x^2+xy+y^2}{y^2}$   $y \neq 0$ ; h)  $\frac{5}{(x-1) \cdot 6}$   $x \neq 1$ ; ch)  $\frac{1}{a \cdot (a-1)}$   $a \neq 0$   $a \neq 1$ ; i)  $-\frac{4}{a^2-1}$   $a \neq 0$   
 $a \neq 1$   $a \neq -1$ ; j)  $\frac{-2a}{(a-1)^2 \cdot (a+1)}$   $a \neq 1$   $a \neq -1$ ; k)  $\frac{2}{x+3}$   $x \neq 3$   $x \neq -3$ ; l)  $\frac{2x \cdot (x+1)}{x^2-y^2}$   
 $x \neq y$   $x \neq -y$ ; m)  $\frac{xy}{x^2-y^2}$   $x \neq y$   $x \neq -y$ ; n)  $\frac{1}{x-1}$   $x \neq 1$   $x^2+x+1 \neq 0$ ; o)  $\frac{x}{(x+1)^2}$   
 $x \neq -1$ ; p)  $\frac{1}{x+1}$   $x \neq -1$ ; r)  $\frac{-2}{x^2-1}$   $x \neq 1$   $x \neq -1$   $x^2-x+1 \neq 0$ ; s)  $\frac{2 \cdot (u-2)}{3u \cdot (u+1)}$   $u \neq 0$   $u \neq -1$ ;
- t)  $\frac{7v+2}{v^2 \cdot (v+2)}$   $v \neq 0$   $v \neq -2$ ; u)  $\frac{x^2-6x+10}{x-3}$   $x \neq 3$ ; v)  $\frac{11x-9}{x+6}$   $x \neq -6$ ; w)  $\frac{x^2+2x-7}{x+4}$   
 $x \neq -4$ ; x)  $\frac{9-x}{x+3}$   $x \neq -3$ ; y)  $\frac{4a}{a^2-1}$   $a \neq 1$   $a \neq -1$ ; z)  $\frac{2b+3}{b-2}$   $b \neq 2$ ;
- 13 a)  $\frac{3}{z}$   $z \neq 0$   $z \neq 1$ ; b)  $\frac{z^2+1}{z \cdot (z^2-1)}$   $z \neq 0$   $z \neq 1$   $z \neq -1$ ; c)  $-\frac{2z}{(z^2-1) \cdot (z-1)}$   $z \neq 1$   $z \neq 0$   
 $z \neq -1$ ; d)  $1$   $z \neq 1$   $z \neq -1$ ; e)  $\frac{2}{(z+2)^2}$   $z \neq -2$ ; f)  $\frac{(z+2)^2}{(z-2)^2}$   $z \neq 2$ ; g)  $1$   $p \neq 2$   $p \neq -2$ ;  
h)  $1$   $p \neq 4$   $p \neq -4$ ; i)  $\frac{2}{p+1}$   $p \neq 1$   $p \neq -1$ ; j)  $\frac{2}{5-p}$   $p \neq 5$   $p \neq -5$ ; k)  $\frac{2}{(x-2)^3}$   $x \neq 2$ ;  
l)  $-\frac{2}{(z+2)^3}$   $z \neq -2$ ; m)  $-1$   $x \neq -2$   $x^2-2x+4 \neq 0$ ; n)  $\frac{x^3}{(z-0,5)^3}$   $z \neq 0,5$



**14) a)**  $\frac{6}{ab}$   $a \neq 0$   $b \neq 0$ ; **b)**  $\frac{5}{6}$   $x \neq 0$   $y \neq 0$   $z \neq 0$ ; **c)**  $-\frac{a^2b}{6d^2}$   $b \neq 0$   $c \neq 0$   $d \neq 0$ ;

**d)**  $-3y \cdot (3x-1)$   $x \neq 0$   $y \neq 0$ ; **e)**  $0,75y$   $x \neq 1,25y$ ; **f)**  $-2\frac{2}{3}$   $r \neq -3$   $r \neq 2,5$ ; **g)**  $-\frac{3 \cdot (s+2)}{2 \cdot (5+s)}$

$s \neq -2$   $s \neq 2$   $s \neq -5$ ; **h)**  $-2s$   $r \neq -3s$   $r \neq 5s$ ; **i)**  $\frac{v \cdot (v-u)}{u}$   $u \neq 0$   $u \neq -v$   $u \neq v$ ; **j)**  $x+2$   $x \neq 0$   $x \neq 2$ ; **k)**  $9-3y$   $y \neq 0$   $y \neq 3$ ; **l)**  $x$   $x \neq 0$   $x \neq y$ ; **m)**  $x-y$   $x \neq 0$   $x \neq -y$ ;

**15 a)**  $9x+6$   $x \neq 1\frac{1}{3}$ , **b)**  $5$   $u \neq -\frac{3}{7}v$ , **c)**  $3x \cdot (x^2+1) \cdot (x+1)$   $x \neq 1$ , **d)**  $-(m-n)^2$

$m \neq -n$ , **e)**  $\frac{3x-4y}{x}$   $x \neq 0$   $x \neq \frac{4}{3}y$   $x \neq -\frac{4}{3}y$ , **f)**  $0,1x^{-2}$   $x \neq 0$   $x \neq \frac{1}{2}$ ,

**g)**  $-\frac{1}{2x}$   $x \neq 0$   $z \neq 0,8y$ , **h)**  $r$   $r \neq 5s$ ;  $s \neq 0$   $r \neq 0$  **ch)**  $\frac{s^2}{2r}$   $r \neq 0$   $r \neq s$   $r \neq -s$ ; **i)**  $s \cdot (r-s)$

$r \neq s$   $r \neq -s$ ; **j)**  $\frac{r-s}{2}$   $r \neq s$   $r \neq -s$ ; **k)**  $-1$   $p \neq 2$   $p \neq -2$ ; **l)**  $-r$   $p \neq 3$   $p \neq -3$ ;

**m)**  $-\frac{3}{2p}$   $p \neq 0$   $r \neq 0$   $r \neq p$ ; **n)**  $\frac{1}{p}$   $p \neq 0$   $p \neq r$   $p \neq -r$ ; **o)**  $\frac{y^2-x^2}{y}$   $y \neq 0$ ; **p)**  $\frac{y^2-x^2}{xy}$

$x \neq 0$   $y \neq 0$ ; **r)**  $4$   $x \neq 0$   $y \neq 0$   $x \neq y$   $x \neq -y$ ; **s)**  $-1$   $x \neq y$   $x \neq -y$

**16 a)**  $-\frac{3}{a}$   $a \neq 0$   $a \neq -2$   $a \neq \frac{1}{9}$ , **b)**  $-2$   $x \neq 0$   $y \neq 0$   $x \neq 2y$ , **c)**  $-0,25a$   $a \neq b$   $a \neq -b$   $a \neq 0$ , **d)**  $0,25 \cdot (u-v)$   $u \neq 0$   $u \neq v$   $u \neq 2v$   $u \neq -2v$ , **e)**  $1,2$ ;  $u \neq 2,5$   $u \neq 0$ ; **f)**  $-u^2$   $u \neq 0$

$u \neq 2$   $z \neq -2$ ; **g)**  $-1$   $u \neq v$   $u \neq -v$ ; **h)**  $\frac{2}{3}uv$   $u \neq 0$   $u \neq v$   $u \neq -v$ ; **ch)**  $\frac{2}{x+3}$

$x \neq -3$   $y \neq 0$   $x \neq 3$ ; **i)**  $x$ ;  $x \neq y$   $x \neq -y$   $x \neq 2$ ; **j)**  $\frac{x+y}{y-x}$   $x \neq 0$   $y \neq 0$   $x \neq y$ ;

**k)**  $x+y$   $x \neq 0$   $y \neq 0$   $x \neq y$ ; **l)**  $-xy$   $x \neq 0$   $y \neq 0$   $x \neq y$ ; **m)**  $\frac{y}{x}$   $x \neq 0$   $y \neq 0$   $x \neq \frac{1}{y}$ ;

**n)**  $\frac{a+1}{a-1}$   $a \neq 0$   $a \neq -1$   $a \neq 1$ ; **o)**  $-\frac{a+1}{a}$   $a \neq 0$   $a \neq -1$ ; **p)**  $-1$   $a \neq 0$   $b \neq 0$ ;

**r)**  $ab$   $a \neq 0$   $b \neq 0$   $a \neq -1$ ;

**17 a)**  $-3$   $x \neq 3y$   $x \neq -3y$ , **b)**  $\frac{1+x}{1+2x}$   $x \neq 0,5$   $x \neq -0,5$   $x \neq 1$   $x \neq -1$ , **c)**  $1$   $x \neq y$   $x \neq -3$   $x \neq 3$ ,

**d)**  $\frac{5}{3} \frac{x-2}{x+2}$   $x \neq -2$   $x \neq -1,5$ , **e)**  $m+1$   $m \neq 0$   $m \neq 1$   $m \neq -1$ , **f)**  $\frac{1}{b \cdot a+b}$   $b \neq 0$

$b \neq -1$   $b \neq a$   $b \neq -a$ , **g)**  $\frac{3 \cdot x+3}{2x \cdot x-3}$   $x \neq 0$   $x \neq 3$   $x \neq -3$ ,  $x \neq -1\frac{1}{3}$  **h)**  $\frac{a+2}{1+2a}$   $a \neq 2$

$a \neq 0,5$   $a \neq -2$   $a \neq -0,5$ , **ch)**  $2$   $2u \neq v$   $2u \neq -v$ , **i)**  $-1$   $x \neq 0$   $y \neq 0$   $x \neq y$   $x \neq -y$

**j)**  $(2-m) \cdot (1+3m)$   $m \neq \frac{1}{3}$   $m \neq -\frac{1}{3}$ , **k)**  $\frac{a-b}{a+b}$   $a \neq 0$   $b \neq 0$   $a \neq -b$ , **l)**  $\frac{p^2}{p-2}$   $p \neq 2$   $p \neq 1$   $p \neq$

$-1$ , **m)**  $x^2-1$   $x \neq 1$   $x \neq -1$ , **n)**  $a-b$   $a \neq b$   $a \neq -b$ ; **o)**  $\frac{1}{a}$   $a \neq 0$

$x \neq 2a$   $x \neq -1$   $x \neq -3$ ; **p)**  $\frac{1}{a+2x}$   $x \neq 2$   $x \neq 0,5a$   $x \neq -0,5x$   $x \neq -3$ ; **q)**  $\frac{a-b}{a+b}$   $a \neq b$

$a \neq -b$   $a \neq 0$ ; **r)**  $-\frac{1}{4x}$   $x \neq 0,5y$   $x \neq -0,5y$   $x \neq 0$ ; **s)**  $\frac{m+n}{m^2+n^2}$   $m \neq n$   $m \neq -n$   $m \neq 0$   $n \neq 0$ ;

**18 a)**  $\frac{4}{a-b}$   $a \neq 0$   $b \neq 0$   $a \neq b$   $a \neq -b$ , **b)**  $\frac{r-2}{r+4}$   $r \neq 2$   $r \neq 4$   $r \neq -4$ , **c)**  $0$   $a \neq 2$   
 $a \neq -2$   $a \neq 4$ , **d)**  $\frac{x}{3}$   $x \neq 0$   $x \neq 2$   $x \neq -2$   $x \neq -\frac{4}{3}$ , **e)**  $a^2 + b^2$   $a \neq 0$   $b \neq 0$   $a \neq b$   
 $a \neq -b$ , **f)**  $\frac{m-1}{6}$   $m \neq 0$   $m \neq 1$   $m \neq -1$ ,

**19 a)**  $-b-1$   $a \neq 0$   $b \neq 0$   $a \neq b$   $a \neq -b$ , **b)**  $1$   $a \neq 0,5$   $a \neq 2b$ ,  $a \neq 5$  **c)**  $\frac{5x^2}{x+y^2}$   
 $x \neq 0$   $y \neq 0$   $x \neq y$   $x \neq -y$ , **d)**  $\frac{2}{a}$   $a \neq 0$   $b \neq 0$   $a \neq b$   $a \neq -b$ , **e)**  $\frac{a+2}{2a+1}$   $a \neq 2$   $a \neq -2$   
 $x \neq 0,5$   $x \neq -0,5$ , **f)**  $-\frac{2}{b}$   $a \neq 0$   $a \neq b$   $a \neq -b$   $b \neq 0$ , **g)**  $-\frac{1}{2(2a-3)}$   $a \neq 1,5$   
 $a \neq -1,5$ , **h)**  $-\frac{2d}{c+d}$   $c \neq d$   $c \neq -d$ ,

**20 a)**  $x = 0,25$   $x \neq 0$   $x \neq 0,5$   $L = P = 2$ , **b)**  $x = 5$   $x \neq 3$   $x \neq 2$   $x \neq 4$   $L = P = 1$ ,  
**c)**  $x = 1$   $x \neq 4$   $x \neq 5$   $x \neq -1$   $L = P = -0,5$  **d)**  $x = 6$   $x \neq 5$   $x \neq 7$   $L = P = 2$ ,  
**e)**  $x = -3$   $x \neq 3$   $x \neq 1,5$   $L = P = -\frac{1}{6}$ , **f)**  $x = 6$   $x \neq 1$   $x \neq -4$   $L = P = 0,2$ ,  
**g)**  $x = -2,5$   $x \neq 3$   $x \neq -3$   $L = P = -1\frac{9}{11}$ , **h)** 1,5; **ch)** 4; **i)** 1,6; **j)** nemá řešení; **k)** -8; **l)** 4,4;  
**m)** 0,5; **n)** 13; **o)** 0; **p)** nemá řešení; **r)** 2; **s)** 0,25; **t)** 4; **u)**  $-\frac{4}{3}$ ; **v)**  $1\frac{1}{3}$ ; **w)** 4,8; **x)** 3; **y)** nekonečně  
mnoho řešení; **z)** nemá řešení; **aa)** nemá řešení;

## Souhrnná cvičení :

**1 a)**  $1$   $p \neq 1$   $p \neq -1$ , **b)**  $x$   $x \neq 0$   $x \neq y$ , **c)**  $\frac{3 \cdot 2x+3}{2x-3^2}$   $x \neq 1,5$   $x \neq -1,5$ , **d)**  $\frac{y+2}{x-y}$

$x \neq y$   $x \neq -y$ , **e)**  $\frac{1}{(b+2)}$   $b \neq 2$   $b \neq -2$   $b \neq 4$ , **f)**  $\frac{2 \cdot 2x-3y}{2x+3y}$   $x \neq 1,5y$

$x \neq -1,5y$ , **g)**  $\frac{a^2+2a-ab-b}{a-b}$   $a \neq b$   $a \neq 2b$   $a \neq -2b$   $a \neq 0$   $a \neq -b$ , **h)**  $5$   $x \neq a$

$x \neq -a$ ,

**2 a)**  $-8 - m$   $m \neq 8$  po dosažení  $-7$ , **b)**  $\frac{1}{a}$   $a \neq 0$   $a \neq -1$   $b \neq -2$  po dosažení  $1$ ,

**c)**  $\frac{m-2}{m+4}$   $m \neq -4$   $m \neq 4$   $m \neq 2$  po dosažení  $-\frac{1}{5}$ , **d)**  $a^2 - a + 2$   $a \neq 1$   $a \neq -1$  po

dosažení  $2,75$ , **e)**  $\frac{2x+y}{x+y}$   $x \neq y$   $x \neq -y$   $x \neq 0,5y$  po dosažení  $4$ , **f)**  $\frac{5-a}{7}$   $a \neq 0$

$x \neq 5$   $x \neq -5$  po dosažení  $0,75$ , **g)**  $\frac{(a-1)^2}{a \cdot (a+1)}$   $a \neq 0$   $a \neq 1$   $a \neq -1$  po dosažení  $4,5$ ,

**3 a)**  $x < -2$  nebo  $\frac{1}{2} < x < 3$ , **b)**  $-2 < x < \frac{1}{2}$  nebo  $x > 3$ , **c)**  $x = \frac{1}{2}$  nebo  $x = 3$ ,

**d)**  $x = -2$ ,

- 4) jmenovatel upraveného zlomku je vždy kladný a proto **a)**  $x > 0$ , **b)**  $x < 0$ , **c)**  $x = 0$ , **d)** takové  $x$  neexistuje,
- 5 **a)**  $x = 0,25$   $x \neq 0$   $x \neq 0,5$   $L = P = 2$ , **b)**  $x = 4$   $x \neq 3$   $L = P = 0,3$  **c)**  $x = -10$   $x \neq 0,8$   
 $L = P = 2$ , **d)**  $x = -11$   $x \neq -3$   $L = P = -2\frac{3}{8}$ , **e)**  $x = 0,5$   $x \neq \frac{5}{6}$   $L = P = 0$ ,
- f)**  $s = -1$   $s \neq 1$   $s \neq -2$   $L = P = 3$ , **g)**  $s = -2$   $s \neq 1$   $s \neq -3$   $L = P = -2$ , **h)**  $a = -7\frac{1}{3}$   
 $a \neq -2\frac{2}{3}$   $L = P = 0,5$  **ch)**  $h = -3,5$   $h \neq -3$   $h \neq 4$   $L = P = 3$  **i)**  $27$   $x \neq -2$   $x \neq 2$
- 6 **a)** 52, **b)** 139, **7 a)**  $-a^2$ , **b)**  $-2x^4 - 16x^2 + 3x - 7$ , **c)**  $2xy + 2y^2$ , **d)**  $-3a^4 - 26a^2 + 3a - 39$
- 8 **a)** 1  $p \neq 4$   $p \neq -4$ , **b)**  $-\frac{2}{x+2}$   $x \neq -2$ , **c)**  $u - v$   $u \neq v$   $u \neq -v$ , **d)**  $-x - y$   $x \neq 0$   $x \neq y$ ,
- e)**  $\frac{x-1}{x+1}$   $x \neq 1$   $x \neq -1$ , **g)** 1  $p \neq 2$   $p \neq -2$ , **f)**  $2s \neq 0$   $r \neq 0$   $r \neq s$   $r \neq -s$ ,
- h)**  $\frac{2}{(x+2)^3}$   $x \neq -2$ , **i)**  $u - v$   $u \neq 0$   $u \neq v$   $u \neq -v$ , **j)**  $x$   $x \neq 0$   $x \neq y$  **l)**  $\frac{x-1}{x+1}$   $x \neq 1$   $x \neq -1$   $x \neq 0$ ,
- l)** 2  $r \neq 0$   $s \neq 0$   $r \neq -s$
- 9 **a)**  $3z - 2$   $z \neq \frac{2}{3}$ , **b)**  $\frac{u+3}{u-3}$   $u \neq 3$   $v \neq \frac{2}{3}$ , **c)**  $\frac{1}{3a^2 - b^2}$   $a \neq 2$   $a \neq \frac{b}{\sqrt{3}}$   $a \neq -\frac{b}{\sqrt{3}}$   
 $a \neq 0$   $b \neq 0$ , **d)** 1  $m \neq n$ , **e)**  $\frac{1}{x+2}$   $x \neq 2$   $x \neq -2$ , **f)** 1  $n \neq 1$ , **g)**  $2a$   $a \neq b$   
 $a \neq -b$   $b \neq 0$   $b \neq 1$ ,
- 10) v oboru reálných čísel nemá řešení, **11)** -3, **12) a)** 8  $x \neq 2$   $x \neq 2\frac{2}{3}$ , **b)** -1, **c)** 14  $x \neq 0,25$   
 $x \neq 5,25$ , **d)** 0,48  $x \neq \frac{3}{11}$ , **e)** 3  $x \neq -\frac{1}{3}$   $x \neq -2\frac{1}{3}$ , **f)** 10  $x \neq 2$   $x \neq 5$   $x \neq 5\frac{3}{7}$ ,