3. Soustavy lineárních rovnic se dvěma neznámými

3.1. Slovní úloha na lineární rovnici se dvěma neznámými

Příklad : Zákazník zaplatil za konzervy po 12.- Kč a 15.- Kč celkem 324 Kč. Kolik koupil levnějších a kolik dražších konzerv?

Počet dražších konzerv x
Počet levnějších konzerv y
Rovnice vyjadřující vztah mezi penězi $15x + 12y = 324$
Vlastnost hodnot x a y přirozená čísla (nebudeme kupovat část konzerv ani je vracet)
Maximální hodnota x (pro $y = 0$) $15x = 324$ $x = 324 : 15 = 21{,}6$ $\mathbf{0 < x < 21}$
Maximální hodnota y (pro $x = 0$) $12y = 324$ $y = 324 : 12 = 27$ $\mathbf{0 < y \leq 27}$

Počet dražších konzerv	pomocný výpočet	počet levnějších konzerv
0	324	**27**
1	309	25.75
2	294	24.5
3	279	23.25
4	264	**22**
5	249	20.75
6	234	19.5
7	219	18.25
8	204	**17**
9	189	15.75
10	174	14.5
11	159	13.25
12	144	**12**
13	129	10.75
14	114	9.5
15	99	8.25
16	84	**7**
17	69	5.75
18	54	4.5
19	39	3.25
20	24	**2**
21	9	0.75

Z provedených výpočtů vyplývá, že zákazník si mohl koupit :
a) žádnou dražší konzervu a 27 levnějších konzerv
b) 4 dražších konzervy a 22 levnějších konzerv
c) 8 dražších konzerv a 17 levnějších konzerv
d) 12 dražších konzerv a 12 levnějších konzerv
e) 16 dražších konzerv a 7 levnějších konzerv
f) 20 dražších konzerv a 2 levnější konzervy.

Příklad 1 : Zákazník zaplatil za konzervy po 10.- Kč a po 8.- Kč celkem 242 Kč. Kolik koupil levnějších a kolik dražších konzerv?

Příklad 2 : Čokoládové bonbony se prodávají v balení po čtyřech kusech nebo devíti kusech. Kolik balíčků po čtyřech kusech koupil Pepa, jestliže si koupil přesně 35 bonbonů?

3.2. Řešení soustavy dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými

3.2.1. Metoda dosazovací

Příklad : Vyřešte soustavu dvou rovnic $7x - y = 17$
$5x + 6y = 39$

1. etapa : z první rovnice vyjádříme hodnotu <u>y</u> (nejvhodnější je vyjadřovat tu neznámou, která má koeficient 1 nebo -1)

$$y = 7x - 17$$

2. etapa : vyjádřenou hodnotu <u>y</u> z první rovnice dosadíme za <u>y</u> v druhé rovnici

$$5x + 6.(7x - 17) = 39$$

3. etapa : řešíme rovnici s jednou neznámou

$$5x + 42x - 102 = 39$$
$$47x = 141$$
$$x = 3$$

4. etapa : vypočtenou hodnotu <u>x</u> dosadíme do nejjednodušší rovnice

$$y = 7.3 - 17$$
$$y = 4$$

5. etapa : zkouška soustavy

$L_1 = 7.3 - 4 = 17$
$P_1 = 17$ $\qquad L_1 = P_1$
$L_2 = 5.3 + 6.4 = 39$
$P_2 = 39$ $\qquad L_2 = P_2$

6. etapa : zkouškou jsme ověřily kořeny soustavy rovnic **x = 3 y = 4**

Příklad 3 : Vyřešte soustavu rovnic: a) $2x + y = 4 \quad 4x - y = 2$
b) $x + 2y = -1 \quad 3x - 2y = -11$ c) $x + 2y = 3 \quad -x - 3y = -2$
d) $3x - 2y = -1 \quad x + 2y = -3$ e) $2x + 5y = 0 \quad x - y = 7$

3.2.2. Metoda sčítací a odčítací

Příklad : Vyřešte soustavu dvou rovnic $x + 2y = -1 \quad 3x - 2y = -11$

U soustavy rovnic, u které je u jedné neznámé v obou rovnicích **opačný** koeficient, je vhodné použít sčítací metodu.

$$x + 2y = -1$$
$$3x - 2y = -11$$

1. etapa : sečteme levé strany obou rovnic a pravé strany obou rovnic, při čemž vyloučíme jednu neznámou.

$$x + \mathbf{2}y = -1$$
$$3x - \mathbf{2}y = -11$$

$$4x = -12$$
$$x = -3$$

2. etapa : vypočítanou neznámou dosadíme do nejjednodušší rovnice soustavy.

$$-3 + 2y = -1$$
$$2y = +2$$
$$y = +1$$

3. etapa : provedeme zkoušku soustavy rovnic.

$L_1 = -3 + 2.1 = -1 \qquad P_1 = -1 \qquad L_1 = P_1$
$L_2 = 3.(-3) - 2.1 = -11 \qquad P_2 = -11 \qquad L_2 = P_2$

4. etapa : zkouška potvrdila správnost kořenů rovnic **: $x = -3$ $y = +1$**

Příklad : Vyřešte soustavu dvou rovnic $7x + 3y = 26 \quad 5x + 3y = 22$

U soustavy rovnic, u které je u jedné neznámé v obou rovnicích **totožný** koeficient, je vhodné použít odčítací metodu.

$$7x + 3y = 26$$
$$5x + 3y = 22$$

1. etapa : odečteme levé strany obou rovnic a pravé strany obou rovnic, při čemž vyloučíme jednu neznámou.

$$7x + 3y = 26$$
$$5x + 3y = 22$$

$$2x = 4$$
$$x = 2$$

2. etapa : vypočítanou neznámou dosadíme do nejjednodušší rovnice soustavy.

$$7.2 + 3y = 26$$
$$3y = 12$$
$$y = 4$$

3. etapa : provedeme zkoušku soustavy rovnic.

$L_1 = 7.2 + 3.4 = 26 \qquad P_1 = 26 \qquad L_1 = P_1$

$L_2 = 5.2 + 3.4 = 22$ $P_2 = 22$ $L_2 = P_2$

4. etapa : zkouška potvrdila správnost kořenů rovnic **: x = 2 y = 4**

Příklad 4 : Vyřešte soustavu rovnic sčítací nebo odčítací metodou :
a) $2x + y = 4$ $4x – y = 2$ b) $3x – 2y = -1$ $x + 2y = - 3$ c) $x + 2y = 3$ $x + 3y = 2$

3.2.3. Metoda kombinační

Příklad : Vyřešte soustavu dvou rovnic : $6x – 5y = 5$ $x + y = -1$

Při kombinační metodě nejdříve vynásobíme jednu rovnici nenulovým číslem tak, abychom potom mohli použít sčítací nebo odčítací metodu.
Násobit rovnici znamená vynásobit levou i pravou stranu rovnice stejným nenulovým číslem.

$6x – 5y = 5$
$x + y = -1$

1. etapa : druhou rovnici vynásobíme číslem 5, abychom v další etapě mohli použít sčítací metodu

$6x – 5y = 5$
$x + y = -1$ / . 5

$6x – 5y = 5$
$5x + 5y = -5$
----

2. etapa : rovnice sečteme

$11x = 0$
$x = 0$

3. etapa : vypočítanou neznámou dosadíme do nejjednodušší rovnice soustavy.

$0 + y = -1$
$y = -1$

4. etapa : provedeme zkoušku soustavy rovnic.

$L_1 = 6.0 - 5.(-1) = 5$ $P_1 = 5$ $L_1 = P_1$
$L_2 = 0 + (-1) = -1$ $P_2 = -1$ $L_2 = P_2$

5. etapa : zkouška potvrdila správnost kořenů rovnic **: x = 0 y = -1**

Příklad 5 : Vyřešte soustavu rovnic kombinační metodou :
a) $3x – 2y = 2$ $2x + 5y = 14$
b) $2x + 3y = 11$ $3x – 4y = 25$
c) $4x + 5y = -8$ $3x – 4y = 25$
d) $2x – 3y = 5$ $-5x + 8y = -14$
e) $6x – 2y = -6$ $9x + 7y = 31$
f) $10x + 4y = 6$ $15x – 6y = 15$
g) $x – 3y = 7$ $9x – 2y = -15$
h) $1,4x – 0,6y = 1,6$ $1,5x – 0,5y = 2$

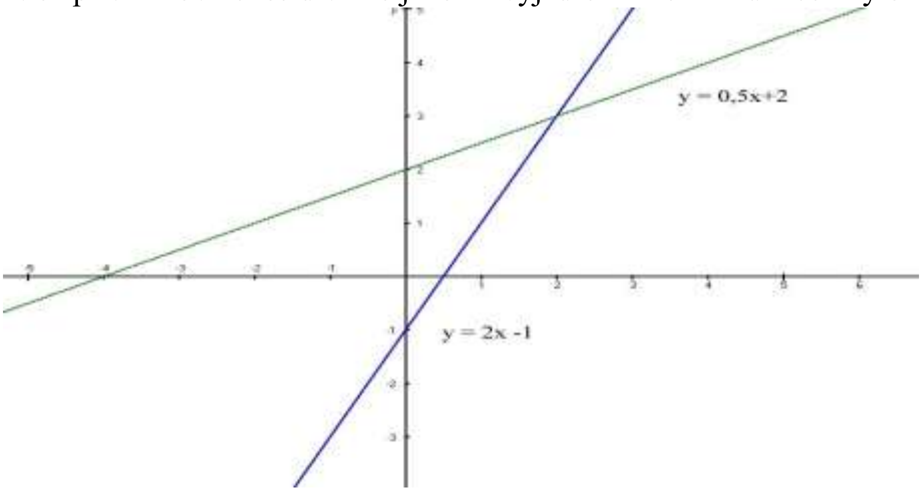
3.2.4. Grafická metoda

Příklad : Graficky vyřešte soustavu rovnic : $2x – y – 1 = 0$ $0,5x – y + 2 = 0$

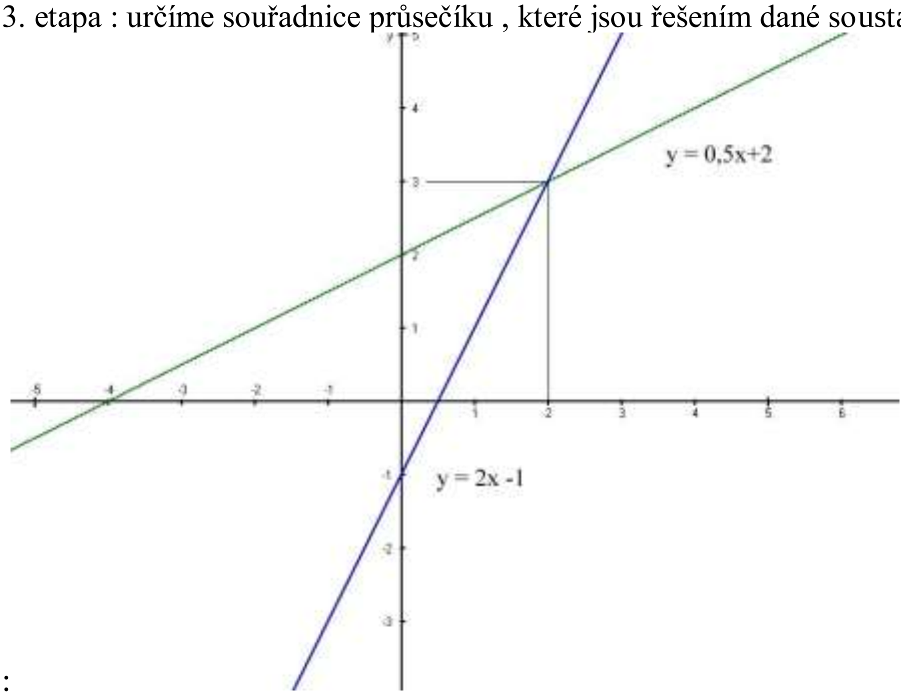
1. etapa : vyjádříme jednu neznámou, např. y

$y = 2x – 1$
$y = 0,5x + 2$

2. etapa : na rovnici se díváme jako na vyjádření lineární funkce a tyto funkce znázorníme



3. etapa : určíme souřadnice průsečíku , které jsou řešením dané soustavy rovnic



:

$x = 2 \qquad y = 3$

4. etapa : provedeme zkoušku řešení dané soustavy dosazením neznámých do soustavy rovnic

$2x - y - 1 = 0 \qquad 0{,}5x - y + 2 = 0$

$L_1 = 2.2 - 3 - 1 = 0 \qquad P_1 = 0 \qquad L_1 = P_1$

$L_2 = 0{,}5.2 - 3 + 2 = 0 \qquad P_2 = 0 \qquad L_2 = P_2$

Příklad 6 : Vyřešte soustavu rovnic grafickou metodou:

a) $2.(x + y) - 3.(y + 2) = -1 \qquad x+\frac{2}{3}.\ y-6\ \ =2$

b) $\frac{2}{3}.\ x+1\ \ -2y=-6 \qquad 4x+\frac{1}{3}.\ y-1\ \ =9$

c) $2x - 3y = -4 \qquad 4y = 11 - 3x$

3.2.5. Diskuze o počtu řešení soustavy dvou rovnic se dvěma neznámými

Při řešení soustavy dvou rovnic o dvou neznámých se můžeme setkat s výsledkem :

- **a) řešením je jedna hodnota pro první neznámou a jedna hodnota pro druhou neznámou**
- **b) řešením soustavy je nekonečně mnoho uspořádaných dvojic ve tvaru [x ; y]**
- **c) soustava rovnic nemá řešení (neexistuje ani jedna dvojice čísel, při které by po dosazení do rovnic za neznámou vznikla rovnost).**

Příklad : Vyřešte soustavu dvou rovnic : a) $x + 2y = -1$ $\quad 3x - 2y = -11$

b) $4x - y = -3 \quad -12x + 3y = 9$

c) $5x - y = 3 \quad -5x + y = -2$

a)

$$x + 2y = -1$$
$$3x - 2y = -11$$

$$4x = -12$$
$$x = -3$$

$$-3 + 2y = -1$$
$$2y = 2$$
$$y = 1$$

POZOR : při grafické metodě soustavy rovnic jsou grafem dvě různoběžné přímky.
Souřadnice průsečíku těchto přímek jsou řešením dané soustavy rovnic.

b)

$$4x - y = -3$$
$$-12x + 3y = 9$$

$$12x - 3y = -9$$
$$- 12 + 3y = +9$$

$$0 = 0$$
$$4x - y = -3$$
$$y = 4x + 3$$

Řešením dané soustavy rovnic je nekonečně mnoho uspořádaných dvojic ve tvaru [x ; 4x +3].

POZOR : při grafické metodě je grafem obou rovnic totožná přímka.

c)

$$5x - y = 3$$
$$-5x + y = -2$$

$$5x - y = 3$$
$$-5x + y = -2$$

$$0 \neq 1$$

Daná soustava rovnic nemá řešení.

POZOR : při grafické metodě jsou grafem soustavy dvou rovnic dvě rovnoběžné přímky.

Příklad 7 : Vyřešte soustavu dvou rovnic :

a) $\frac{x+y}{x+2} = 3 - \frac{3x+1}{x+2}$ 2.(y – 9) + 1 = 2x + 1

b) $\frac{3}{8}.\ x-2\ = y$ $\frac{x}{8} - \frac{y}{3} = 0,25$

c) 0,25x – y + 0,5 = 0 0,5.(x + 7) = 2y + 1

d) $(x – 2)^2 – (x + 3)^2 = 2y + 5$ 0,5.(6 – 2x) – 0,2.(y + 5) = 3

3.2.6. Řešení soustavy dvou rovnic o dvou neznámých libovolnou metodou

Soustavu rovnic, která obsahuje rovnice ve složitějším tvaru, nejdříve upravujeme tak, abychom dostali soustavu rovnic ve tvaru, který jsme řešili v kapitole 2.2.

Příklad : Vyřešte soustavu dvou rovnic : $\frac{3x}{4} - 2y - \frac{1}{2} = 0$ $\frac{2}{3}.\ 1-6x\ +2 = 4y$

$\frac{3x}{4} - 2y - \frac{1}{2} = 0$ /.4

$\frac{2}{3}.\ 1-6x\ +2 = 4y$

3x – 8y – 2 = 0

$\frac{2}{3}$ - 4x + 2 = 4y /.3

3x – 8y – 2 = 0

2 – 12 x + 6 = 12y

3x – 8y – 2 = 0 /.2

-12x – 12y + 8 = 0 /:2 tvar jako v kapitole 2.2

6x – 16y – 4 = 0

-6x – 6y + 4 = 0

-22y + 0 = 0

y = 0

3.x – 8.0 – 2 = 0

3x = 2

x = $\frac{2}{3}$

$L_1 = \frac{3.\frac{2}{3}}{4} - 2.0 - \frac{1}{2} = 0$ $P_1 = 0$ $L_1 = P_1$

$L_2 = \frac{2}{3}.\left(1 - 6.\frac{2}{3}\right) + 2 = 0$ $P_2 = 4.0 = 0$ $L_2 = P_2$

Příklad 8 : Vyřešte soustavu dvou rovnic :

a) x + 2y = 3   2x –y = -4
b) 4.(x + 3)= 2.(1- y)   x - 2y = 0
c) 2.(x-3) + y + 1 = 0   x-3.(y – 1) +5 = 0
d) (y + 3) . (x – 1) = (y – 1) . (x + 6)   (y + 1) . (x – 3) = (y – 1) . (x + 1)
e) 3x + 2y = 10   2x – 5y = -6

Příklad 9 : Vyřešte soustavu dvou rovnic :

a) $\frac{x+2}{5}+2y=11 \qquad \frac{x+1}{2}-\frac{y-2}{3}=1$

b) $3.\ 2x-y\ \ +6=\frac{2x-y+2}{2}+5 \qquad \frac{4x+5y}{2}-4=x-y$

c) $\frac{x+y}{3}+7=2.\ 3y+x \qquad \frac{2x+5y}{3}=1$

d) $\frac{x+7}{2}-\frac{1-y}{4}=2$ x – 2y = 0

e) 3y – x = 2.(1 – x) $\frac{x+3}{y}=1$

f) $\frac{x}{5}+\frac{5y}{2}=-4 \qquad \frac{x}{6}+\frac{y}{3}=\frac{1}{6}$

g) 5x – y -2.(7 – y) = 3x $\frac{6+y}{3x}=1$

h) $\frac{x-1}{2}-\frac{y-2}{3}=0 \qquad \frac{x+1}{4}-\frac{y+3}{2}=1$

ch) $\frac{x+3}{2}=\frac{1-y}{4}$ x - 2y = 4

Příklad 10 : Vyřešte soustavu dvou rovnic :

a) $6.\left(x+\frac{y}{10}\right)-\frac{8x+y}{2}=1 \qquad 4.\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{5}\right)-\frac{7x+2y}{10}=6$

b) $\frac{2x-y+3}{3}-\frac{x-2y+3}{4}=4 \qquad \frac{3x-4y+3}{4}+\frac{4x-2y-9}{3}=4$

c) $\frac{3x-2y}{4}=\frac{8x+5y}{10}-1 \qquad \frac{x+6y}{3}=1-\frac{2x-5y}{5}$

d) $\frac{x-3}{y+1}=\frac{2}{3} \qquad \frac{x+y}{x-y+1}=1\frac{3}{4}$ e) $\frac{2}{x+5}=\frac{5}{y+2} \qquad \frac{5}{x-2}=\frac{2}{y-5}$

f) $\frac{9x+2y}{7}=\frac{x-3y}{4} \qquad -\frac{2x+y}{3}=-\frac{x-y+1}{9}$

g) $\frac{2x-2y}{5}-\frac{3y-5x}{5}=x+1 \qquad \frac{2x-3y}{3}+\frac{4x-3y}{3}=y+1$

h) $2x+y=1+\frac{3x+y}{3}$ 3x + 2y = 3

ch) 0,25.(x – y) = 0,5.(2y + 1)   x - 5y = 7

Příklad 11 : Vyřešte soustavu dvou rovnic :
a) 2.(x + 2) – 3.(1 – 2y) = 3   6.(3 – x) + 2.(2y + 5) = 0
b) 3.(3x – 1) + 2.(4y + 5) = 7   5.(7 – 6x) – 3.(1 – 4y) = 3
c) 2.[2.(x – 1) – 3. (x + 1)] = 4. [2 – 2.(y + 5)]   5.(2 – x) + 3.(1 – 2y) = 10

d) 3. [2.(x – 2) – (5 – 3y)] = 0 7.(x – 4) + 2.(3y + 2) = 3. [3x – (x + 6)]

e) $(x + 3)^2 – (x + 1)^2 = 4.(3 – y)$ $\frac{2x}{7}+\frac{y}{2}=\frac{1}{14}$

3.3. Řešení soustavy rovnic o více neznámých

Soustavu rovnic o třech neznámých řešíme obdobným způsobem jako soustavu dvou rovnic o dvou neznámých.

Příklad :

x – 2y + 3z = 11

$\frac{x}{2}-\frac{y+z}{4}=1{,}5$

2x -3.(1 –y) = z – 9

----

x – 2y + 3z = 11

2x – y – z = 6

2x + 3y – z = -6

----

x = 11 + 2y – 3z

2.(11 + 2y -3z) – y – z = 6

2.(11 + 2y – 3z) + 3y –z = -6

3y – 7z = -16

7y – 7z = -28

-4y = 12

y = - 3

3.(-3) – 7z = -16

- 7z = - 7

z = 1

x = 11 + 2.(-3) – 3.1

x = 2

Zkouška :

$L_1 = 2 -2.(-3) + 3.1 = 11$ $P_1 = 11$ $L_1 = P_1$

$L_2 = \frac{2}{2}-\frac{-3+1}{4}=1\frac{1}{2}$ $P_2 = 1\frac{1}{2}$ $L_2 = P_2$

$L_3 = 2.2 - 3 (1+ 3) = -8$ $P_3 = 1 – 9 = -8$ $L_3 = P_3$

Příklad 12 : Vyřešte soustavu tří rovnic :

a) x + 4y – z = 8 3x – 6y + 2z = 9 2x – y – 3z = 19

b) x + y + z = 0 0,2x – 0,6y + 0,5z = - 2 -0,3x + 0,1y – 0,7z = -4

c) $\frac{2}{3}.\ x-3\ +2y+z=-5$ $\frac{x+1}{2}+\frac{2y+5}{4}-z=0$ -2x = 6y –z + 9

d) $\frac{x-1}{2.\ z+1}+\frac{y+2}{z+1}=32$ $\frac{x-y}{z}=1$ y = 4z – 2x

Příklad 13 : Vyřešte soustavu čtyř rovnic o čtyřech neznámých

$$3a - 4b + 5c - 6d = 11$$
$$2a + 3b - 2c + 2d = 3$$
$$3a - b + 3c + 2d = 16$$
$$5a + 2b - 2c - 3d = 3$$

3.4. Slovní úlohy řešené soustavou rovnic

3.4.1. Obecné úlohy

Příklad : Na dvoře pobíhalo třikrát více slepic než ovcí. Všechna tato zvířata měla dohromady 170 nohou. Kolik bylo na dvoře ovcí a kolik slepic?

1. etapa – zápis v podobě tabulky

	počet kusů	počet noh 1 kusu	počet noh daného druhu
slepice	x	2	2x
ovce	y	4	4y
celkem			170

2. etapa – sestavení soustavy rovnic a její vyřešení

$$3y = x$$
$$2x + 4y = 170$$

$$6y + 4y = 170$$
$$y = 17$$

$$3.17 = x$$
$$x = 51$$

Zkouška : $L_1 = 3 \,.\, 17 = 51$ $\quad P_1 = 51$ $\quad L_1 = P_1$

$L_2 = 2.51 + 4.\,17 = 102 + 68 = 170$ $\quad P_2 = 170$ $\quad L_2 = P_2$

3. etapa – zkouška slovní úlohy :

a) slepic je třikrát více než ovcí, protože 51 : 17 = 3

b) 51 slepic a 17 ovcí má 170 noh, protože 51 . 2 + 17 .4 = 170

4. etapa – odpověď : Na dvoře pobíhalo 51 slepic a 17 ovcí.

Příklad 14 : Petr řeší 40 příkladů. Za správně vyřešený příklad dostane od matky 5.- Kč a za špatně vyřešený příklad však matce zaplatí 20.- Kč. Po vyřešení všech příkladů měl o 20.- Kč více než v okamžiku kdy začal počítat. Kolik příkladů Petr vyřešil dobře a kolik špatně ?

Příklad 15 : Na tři stromy přiletělo 36 havranů. Když z prvního stromu přeletělo na druhý strom 6 havranů a z druhého stromu na třetí 4 havrani, bylo jich na všech stromech stejný počet. Kolik havranů sedělo původně na každém stromě?

Příklad 16 : Rozdělte číslo 85 na dvě části tak, aby poměr těchto částí byl 8 : 9 .

Příklad 17 : Součet dvou čísel je 81 a dvojnásobek jejich rozdílu je 70. Jaká jsou to čísla ?

Příklad 18 : Myslím si dvě přirozená čísla, z nichž jedno je o 1 větší než druhé. Když vydělím větší číslo 4 a menší číslo 5, je rozdíl podílů též 1. Která jsou to čísla ?

Příklad 19 : Otec je třikrát starší než syn. Před šesti lety byl otec o 32 let starší než syn. Kolik je nyní otci a kolik synovi ?

Příklad 20 : Dvojnásobek rozdílu dvou neznámých čísel je 16. Třetina jejich součtu je 18. Určete neznámá čísla.

Příklad 21 : Součet tří čísel je 39. Druhé číslo 2,5 násobek prvního čísla.Třetí číslo je 2,5 násobkem druhého čísla. Určete tato tři čísla.

Příklad 22 : Rozdíl dvou čísel je -85. Jejich součet je 89. Urči tato čísla.

Příklad 23 : Hmotnost nádoby s vodou je 2,48 kg. Odlijeme-li 75 % vody, má nádoba se zbytkem vody hmotnost 0,98 kg. Urči hmotnost prázdné nádoby. Kolik vody bylo původně v nádobě?

Příklad 24 : Eva má šestkrát víc korun než Jana. Kdyby dala Janě 84.- Kč, měla by pořád třikrát více. Kolik korun mají děvčata dohromady ?

Příklad 25 : V testu je 25 otázek, za každou správnou odpověď se přičetlo 5 bodů, za každou chybějící nebo chybně zodpovězenou otázkou se odečetly 3 body. Petr dosáhl v tomto testu 69 bodů. Kolik chyb udělal Petr, jestliže na dvě otázky neodpověděl?

Příklad 26 : Ve dvou pobočkách průmyslové firmy se mělo za měsíc vyrobit celkem 520 výrobků. Vyrobilo se však 567 výrobků, přičemž v první pobočce se zvýšila výroba o 8 %, ve druhé pobočce o 10 %. Jaký byl původní měsíční plán v každé z poboček?

Příklad 27 :Ve dvou cisternách je nafta. Jestliže přečerpáme 20 % nafty z první cisterny do druhé, bude v obou cisternách stejně. Jestliže přečerpáme z druhé do první cisterny 3 hektolitry, bude v první dvakrát více než v druhé. Kolik nafty bylo původně v každé cisterně?

Příklad 28 : Počet odpracovaných hodin dvou dělníků při stejné hodinové mzdě byl v poměru 2 : 3. Mzda pro oba dohromady by činila 16 000.- Kč. Vypočtěte, kolik korun dostal z nich při srážce 12 % ?

Příklad 29 : 20 brouků a pavouků má dohromady 146 noh. Kolik je brouků a kolik pavouků ? (Brouk má 6 noh a pavouk 8 noh)

Příklad 30 : Ve škole je 360 studentů, 93 z nich prospělo s vyznamenáním. Přitom vyznamenání dosáhlo 20 % všech chlapců a 30 % všech dívek. Kolik je ve škole chlapců a dívek ?

Příklad 31 : Určete dvě čísla, pro která platí, že rozdíl dvojnásobku prvního čísla a druhého čísla je 7 a že rozdíl prvního čísla a dvojnásobku druhého čísla je 8.

Příklad 32 : Lenka říká: „ V naší třídě mám pětkrát více spolužáků než spolužaček“. Karel z téže třídy dodává : „ Já mám čtyřikrát více spolužáků než spolužaček. “ Kolik žáků je ve třídě a kolik z nich je chlapců ?

Příklad 33 : Najděte dvě čísla, pro která platí : součet 3 % prvního a 2 % druhého je roven 3,51 , součet 2% prvního a 3% druhého je roven 3,19.

Příklad 34 : Jitka se zeptala babičky : „ Kolik roků uplynulo od Tvé svatby s dědečkem ?“ Babička odpověděla : Jsem vdaná $\frac{2}{3}$ svého života a dědeček, poněvadž je o 12 roků starší než já, je ženatý $\frac{6}{11}$ svého života.! Určete stáří Jitčiných prarodičů. Kolik jet uplynulo od jejich svatby ?

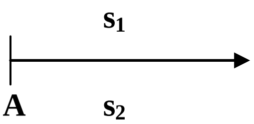
Příklad 35 : Před hrou měl Petr o 5 kuliček více než Honza. Honza vyhrál nad Petrem 4 kuličky. Kdo má nyní více kuliček a o kolik ?

Příklad 36 : Poměr věku matky a syna je 4 : 1, tj. čtyři ku jedné, Před pěti lety byl jejich poměr věku 9 : 1. Kolik let je matce a kolik synovi ?

3.4.2. Úlohy na pohyb

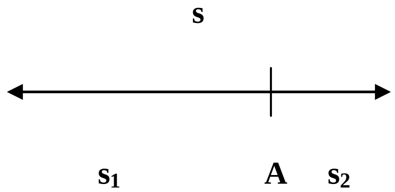
Při řešení slovních úloh na pohyb se setkáváme nejčastěji s těmito situacemi.

a) dva objekty se pohybují ze stejného místa stejným směrem : dráha prvního se rovná dráze druhého,



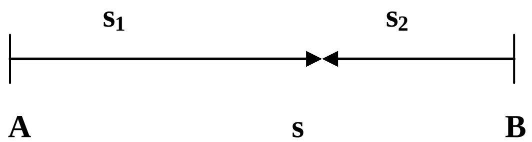
$\mathbf{s_1 = s_2}$

b) dva objekty se pohybují ze stejného místa opačným směrem : v každém okamžiku se součet jejich drah rovná jejich okamžité vzdálenosti,



$\mathbf{s_1 + s_2 = s}$

c) dva objekty se pohybují ze dvou různých míst směrem k sobě a setkají se : vzdálenost výchozích míst se rovná součtu drah absolvovanými oběma objekty,



$\mathbf{s_1 + s_2 = s}$

d) dva objekty se pohybují ze dvou různých míst opačnými směry : součet vzdálenosti obou míst a drah, které urazily oba objekty v daném okamžiku, se rovná okamžité vzdálenosti obou objektů.

$\mathbf{s_1 + s_2 + s_3 = s}$

Dále budeme využívat našich znalostí z fyziky : dráha = rychlost krát čas $s = v \cdot t$

Příklad : Za chodcem jdoucím průměrnou rychlostí 5 km/hod vyjel z téhož místa o 3 hodiny později cyklista průměrnou rychlostí 20 km/hod. Za jak dlouho dohoní cyklista chodce?

1. etapa – zápis v podobě tabulky

	čas	rychlost	dráha
chodec	x	5	5x
cyklista	y	20	20y

2. etapa – sestavení soustavy rovnic a její vyřešení

$$x - 3 = y$$
$$5x = 20y$$

$$20x - 60 = 20y$$
$$5x \quad = 20y$$

$$15x = 60$$
$$x = 4$$

$$4 - 3 = y$$
$$y = 1$$

Zkouška : $L_1 = 4 - 3 = 1$ $P_1 = 1$ $L_1 = P_1$
$L_2 = 5.4 = 20$ $P_2 = 20.1 = 20$ $L_2 = P_2$

3. etapa – zkouška slovní úlohy :
a) cyklista jel o 3 hodiny méně, protože 4 – 1 = 3
b) dráha chodce je stejná jako dráha cyklisty, protože 5.4 = 20.1

4. etapa – odpověď :Cyklista dohoní chodce za jednu hodinu.

Příklad 37 : Dva běžci vyběhli na trať závodu. První proběhl trať průměrnou rychlostí 20 km/hod a doběhl do cíle o pět minut dříve než druhý, který běžel průměrnou rychlostí 18 km/hod. Jak byla trať dlouhá ?

Příklad 38 : Ze dvou míst vzdálených 15 600 metrů vyšli proti sobě současně dva chodci průměrnými rychlostmi 5 km/hod. a 1,5 km/hod. Za jak dlouho se potkají?

Příklad 39 : Z Kutné Hory směrem ke Kolínu vyjel v 6 hodin 30 minut cyklista A průměrnou rychlostí 12 km/hod. V 7 hodin 40 minut vyjel z téhož místa opačným směrem na Čáslav cyklista B rychlostí 18 km/hod. V kolik hodin bude vzdálenost mezi cyklisty 79 km? Výsledek udejte v hodinách a minutách. Jak daleko od Kutné Hory bude v té době cyklista B?

Příklad 40 : Zdice leží na silnici mezi Prahou a Plzní, 40 km od Prahy a 45 km od Plzně. Přesně v 8 hodin vyjeli z Prahy do Plzně pan Novák a z Plzně do Prahy pan Horák. Setkali se ve Zdicích. Pan Horák jel průměrnou rychlostí o 10 km/hod, větší než pan Novák. Jakými průměrnými rychlostmi jeli pánové a v kolik hodin se ve Zdicích potkali?

Příklad 41 : Turista procestoval 108 km za 3 hodiny. Část cesty šel pěšky rychlostí 6 km/hod, zbytek cesty jel autobusem rychlostí 60 km/hod. Jak dlouho šel peškу? Vypočítej, kolik procent z celé cesty šel pěšky (s přesností na jedno desetinné místo) .

Příklad 42 : Mezi dvěma přístavišti na řece jezdí parník. Cesta tam a zpět mu trvá 3 hodiny 45 minut. Proti proudu pluje rychlostí 8 km/hod, po proudu je jeho rychlost o 50 % větší. Vypočítejte vzdálenost mezi přístavišti.

Příklad 43 : Místa A a B jsou vzdálena 20 km. Z místa A vyšel chodec průměrnou rychlostí 4 km/hod. O 45 minut později vyjel proti němu z místa B cyklista. A to průměrnou rychlostí 16 km/hod. Jak daleko od místa A a za jak dlouho se setkají ?

Příklad 44 : Silnice z místa A do místa B vede nejprve do kopce, když dosáhne vrcholu, klesá až do místa B. Chodec, který jde do kopce rychlostí 4 km/hod a z kopce rychlostí 6 km/hod, ujde cestu z A do B a zpět za 3 hodiny 45 minut. Určete, jak dlouhá je silnice z A do B když víš, že úsek AV je dvakrát delší než úsek BV.

Příklad 45 : Turista urazil 78 km za 3 hodiny. Část cesty jel autobusem průměrnou rychlostí 30 km/hod., zbytek šel pěšky průměrnou rychlostí 6 km/hod. Jak dlouho šel pěšky ?

Příklad 46 : Z Chebu do Liberce vyjelo nákladní auto průměrnou rychlostí 30 km/hod. Současně s ním vyjel autobus průměrnou rychlostí 40 km/hod a přijel do Liberce o 1 hodinu a 45 minut dříve než nákladní auto. Zjistěte na základě těchto údajů vzdálenost mezi Chebem a Libercem.

Příklad 47 : Po stejné trati jezdí dva vlaky. Jeden z nich jede o 9 km/hod rychleji než druhý. Jaká je délka trati a rychlost obou vlaků, jestliže rychlejší z nich trať projede za 5 hodin a pomalejší za 6 hodin ?

Příklad 48 :V 6 hodin 40 minut vyplul z přístavu parník průměrnou rychlostí 12 km/hod. Přesně v 10 hodin za ním vyplul motorový člun průměrnou rychlostí 42 km/hod. V kolik hodin dohoní člun parník ?

Příklad 49 : Nákladní a osobní auto vyjela současně ze dvou míst vzdálených 50 km. Jedou-li proti sobě, setkají se za 30 minut. Jedou-li stejným směrem za sebou, dohoní osobní auto nákladní auto za 2,5 hodiny. Jaká je rychlost každého z nich ?

3.4.3. Úlohy na společnou práci

Příklad : Petr poseče louku sám za 6 hodin a Pavel za 4 hodiny. Za jak dlouho ji posečou společně? Protože je potřeba louku posekat za 1,5 hodiny, tak jim pomůže Zdeněk. Za jak dlouho on sám poseče louku ?

a)

1. etapa - zápis

společně louku posečou za <u>x</u> hodin
Petr poseče louku za 6 hodin
Petr poseče za hodinu $\frac{1}{6}$ (louky)
Petr poseče za <u>x</u> hodin $\frac{x}{6}$ (louky)
Obdobná úvaha pro Pavla.
Společně posečou celou louku 1 (louky)

2. etapa – sestavení rovnice a její vyřešení :

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{4}=1$$

x = 2,4 (hodiny)

Zkouška rovnice : L = $\frac{2,4}{6}+\frac{2,4}{6}=0,4+0,6=1$ P = 1 L = P

3. etapa – zkouška slovní úlohy :
Zkouška slovní úlohy je stejná jako zkouška rovnice.

4. etapa – odpověď .
Petr s Pavlem společně posečou louku za 2,4 hodiny.

b)

1. etapa – zápis   Zdeněk poseče louku sám za <u>y</u> hodin

Zdeněk za hodinu poseče $\frac{1}{y}$ (louky)

Zdeněk poseče za dobu společné práce $\frac{1,5}{y}$ (louky)

2. etapa – sestavení rovnice a její řešení :

$$\frac{1,5}{6}+\frac{1,5}{4}+\frac{1,5}{y}=1$$

y = 4 (hodiny)

Zkouška rovnice : L = $\frac{1,5}{6}+\frac{1,5}{4}+\frac{1,5}{4}=1$ P = 1   L = P

3. etapa – zkouška slovní úlohy :
Zkouška slovní úlohy je stejná jako zkouška rovnice.

4. etapa – odpověď :
Zdeněk sám poseče louku za 4 hodiny.

POZOR : obecný tvar rovnice na společnou práci

$$\frac{dobaspolečnépráce1.objektu}{dobazakterouprácioudělá1.objekt}+\frac{dobaspolečnépráce2.objektu}{dobazajakdlouhoudělápráci2.objekt}=1$$

POZNÁMKA : případ kdy doba společné práce není stejná :

2. dělník začne pracovat o 2 hodiny později (nebo měl přestávku)

x – je doba práce na společném díle prvního dělníka $\frac{x}{6}+\frac{x-2}{4}=1$ nebo

y – je doba práce na společném díle druhého dělníka $\frac{y+2}{6}+\frac{y}{4}=1$

Obě řešení jsou správná, ale <u>x</u> vyjde o 2 větší než <u>y</u>, protože obě veličiny vyjadřují něco jiného.

Příklad 50 : Dětský bazén se naplní jedním přítokem za 5 hodin, druhým přítokem z 7 hodin. Za kolik hodin se naplní oběma přítoky současně. Výsledek vyjádřete v hodinách a minutách.

Příklad 51 : První traktorista poseče pole sám za 6 hodin. Druhý traktorista poseče stejné pole za dobu o tři hodiny delší. Za jak dlouho provedou tuto práci společně. Jestliže bude potřeba mít posekané pole za 2 hodiny, budou potřebovat na pomoc třetího traktoristu. Za jak dlouho by třetí traktorista posekal pole sám?

Příklad 52 : Dělník by vykonal určitou práci sám za 6 hodin, brigádník by tutéž práci vykonal za 8 hodin. Za kolik hodin vykonají tuto práci společně ?

Příklad 53 : Pumpou A se nádrž naplní za 12 minut, pumpou B za 18 minut. Za kolik minut a sekund se nádrž naplní, pracuje-li 3 minuty jen pumpa A a potom pracují obě pumpy současně ?

Příklad 54 : Zedník A udělá práci sám za 5 hodin, zedník B za 10 hodin a zedník C za 2 hodiny. Po hodině práce zedníka A se přidají i další dva zedníci. Za jak dlouho bude práce udělána?

Příklad 55 : Nádrž se naplní jedním otvorem za 8 minut a druhým za 12 minut. Za jak dlouho se naplní oběma přítoky současně ?

Příklad 56 : Nádrž se naplní jedním otvorem za 8 minut a druhým za 12 minut. Za jak dlouho se naplní oběma přítoky současně když druhý otvor bude otevřen o 2 minuty později než první otvor ?

Příklad 57 : Nádrž se naplní jedním otvorem za 8 minut a druhým za 12 minut. Za jak dlouho se naplní nádrž, jestliže prvním otvorem bude voda přitékat a druhým otvorem bude voda vytékat ? Oba otvory budou otevřena současně.

Příklad 58 : Nádrž se naplní jedním otvorem za 8 minut a druhým za 12 minut. Za jak dlouho se naplní nádrž, jestliže prvním otvorem bude voda odtékat a druhým otvorem bude voda přitékat ? Oba otvory budou otevřena současně.

Příklad 59 : Prvním otvorem napustíme bazén za pět hodin, druhým otvorem se bazén vyprázdní za 15 hodin. O kolik hodin později musíme otevřít druhý otvor, aby se bazén při otevření obou otvorů naplnil za 6 hodin ?

3.4.4. Úlohy na směsi

Příklad : Za deset známek (po 5.- Kč a 8.- Kč) bylo zaplaceno 62.- Kč. Kolik bylo lacinějších a dražších známek?

1. etapa – zápis v podobě tabulky :

	počet	cena 1 kusu	hodnota daného druhu
známky I. druhu	x	5	5x
známky II. druhu	y	8	8y
směs (celkem)	10		62

2. etapa – sestavení soustavy rovnic a její vyřešení :

$$x + y = 10$$
$$5x + 8y = 62$$

$$x = 6 \quad y = 4$$

$L_1 = 6 + 4 = 10$ $\quad P_1 = 10$ $\quad L_1 = P_1$

$L_2 = 5.6 + 8.4 = 62$ $\quad P_2 = 62$ $\quad L_2 = P_2$

3. etapa – zkouška slovní úlohy :

Zkouška slovní úlohy je stejná jako zkouška soustavy rovnic.

4. etapa – odpověď :

Levnějších známek bylo 6 kusů a dražších 4 kusy.

Příklad : Vypočítejte koncentraci roztoku, který byl připraven smícháním 6 kg 95 % roztoku kyseliny sírové a 24 kg 10 % roztoku kyseliny sírové.

1. etapa – zápis v podobě tabulky

	množství	množství sledované látky v jednotce	množství sledované látky daného

	druhu	objemu	druhu
I. druh	6	0,95	6.0,95
II. druh	24	0,1	24.0,1
směs	30	x	30x

2. etapa – sestavení rovnice a její vyřešení :

$$6 . 0{,}95 + 24 . 0{,}1 = 30 x$$
$$x = 0{,}27$$

Zkouška L = 6 . 095 + 24 . 0,1 = 8,1 P = 8,1 L = P

3. etapa – zkouška slovní úlohy :

Zkouška slovní úlohy je stejná jako zkouška soustavy rovnic.

4. etapa – odpověď :

Výsledná směs bude 27 procentní.

Příklad 60 : V internátu je 45 pokojích, z nichž některé jsou třílůžkové a některé pětilůžkové. Celkem se zde ubytovalo 169 žáků a to tak, že nezůstala žádná postel volná. Kolikže třílůžkových pokojů ?

Příklad 61 : Německý turista koupil zboží v celkové hodnotě 5 160.- Kč, které zaplatil korunami a markami. Kurz marky vůči koruně byl ten den 1 : 18. Určete, kolika korunami a kolika markami platil, jestliže použil 38 bankovek v hodnotě 50 marek a 20 korun ?

Příklad 62 : Za 2 kg banánů a 5 kg mandarínek zaplatíme 186.- Kč. Za 3 kg banánů a 4 kilogramy mandarínek zaplatíme 174.- Kč. Kolik stojí 1 kg banánů a 1 kg mandarínek ?

Příklad 63 : Jeden balíček čokolády stál o 9.- Kč více než jeden balíček perníku. Pět balíčků čokolády bylo o 15.- Kč dražší než 10 balíčků perníků. kolik stál balíček čokolády a kolik balíček perníku ?

Příklad 64 : Denní produkce mléka 630 litrů byla k odvozu slita do 22 konví, z nichž některé byly po 25 litrech a jiné po 35 litrech. Všechny konve byly plné. Kolik bylo jednotlivých konví?

Příklad 65 : Smísíme-li 6 kg dražšího a 4 kg levnějšího zboží, stojí 1 kg směsi 144 Kč. Kolik stojí 1 kg dražšího a l kg levnějšího zboží, jestliže se ceny za 1 kg liší o 40.- Kč?

Příklad 66 : Vstupenky do muzea stojí 10.- Kč pro děti a 20.- Kč pro dospělé. Muzeum navštívilo 50 lidí, kteří zaplatili celkem 700.- Kč. Kolik dospělých bylo ten den mezi návštěvníky ?

Příklad 67 : Do třídy chodí 31 žák. V pondělí chyběli tři chlapci a dvě dívky. Ten den byl ve třídě stejný počet chlapců i dívek. Kolik chlapců a kolik dívek chodí do třídy ?

Příklad 68 : Smísíme 10 kg zboží prvního druhu a 25 kg zboží druhého druhu, přičemž 1 kg prvního zboží stojí 15.- Kč. O kolik Kč musí být 1 kg zboží druhého druhu levnější, aby 1 kg směsi stál 10.- Kč ?

Příklad 69 : 8 kg zboží dražšího o 50.- Kč za 1 kg bylo smíšeno se 2 kg zboží levnějšího. Jeden kilogram směsi stál 140.- Kč. Kolik korun stál 1 kg každého druhu ?

Příklad 70 : 5 kg materiálu A a 8 kg materiálu B stálo 128.- Kč . 1 kg materiálu B byl o 3.- Kč dražší než 1 kg materiálu A. Kolik stojí 3 kg materiálu A a 4 kg materiálu B dohromady ?

Příklad 71 : Kolikaprocentní ocet vznikne smícháním 4 litrů 10 % octa s 8 litry 6 % octa a se 4 litry vody?

Příklad 72 : Kolik gramů vody je třeba přilít do 400 gramů 9 % roztoku, aby vznikl 6 % roztok ?

Příklad 73 : Smícháme 3 kg vody o teplotě 100° C a 5 kg vody o teplotě 20° C . Jaká bude výsledná teplota směsi ?

Příklad 74 : K 5 kg vody 90° C teplé bylo přilito 10kg vody neznámé teploty. Voda potom měla teplotu 40° C. jakou teplotu měla přilitá voda ?

Příklad 75 : Kolik ledu musíme vhodit do 5 kg vody o teploty 100° C, aby led roztál a teplota vody klesla na 0° C ? Měrné skupenské teplo tání ledu je 335 kJ/kg, c_{vody} = 4,2kJ/kg°C .

Souhrnná cvičení :

1) **:** Vyřešte soustavu rovnic :

a) $\frac{x+1}{2}-\frac{y-2}{3}=1 \qquad \frac{x+2}{5}+2y=11$

b) $\frac{x+1}{y+1}=\frac{3}{4} \qquad \frac{y+1}{x+y}=\frac{4}{5}$

c) $\frac{4}{2x+1}=\frac{1}{3y-1} \qquad \frac{3}{4x-3}=\frac{5}{6y+1}$

d) $\frac{7+x}{5}-\frac{2x-y}{4}=2-5y \qquad \frac{5y-4}{2}+\frac{4x-7}{3}=3x-1$

e) $4.\ x+0,5y\ -\frac{5x+y}{3}=1 \qquad 3.\ x+y\ -\frac{y-x}{3}=2$

f) $\frac{x+4}{y-3}=2 \qquad 0,25x-\frac{y+1}{2}=-3$

g) $\frac{3x+5}{1-2y}=2 \qquad \frac{1-6x}{6}-\frac{4y+5}{3}=0$

h) $\frac{x+1}{z-1}-\frac{y+3}{2.\ z-1}=\frac{1}{2} \qquad 2.[\ 3-(\ x+2\ )\ ]=y-z \qquad x+y=z$

2) Ciferný součet dvojciferného čísla je osm. Zaměníme-li pořadí číslic, dostaneme číslo o 18 menší než původní číslo. Určete tato čísla.

3) Ciferný součet dvojciferného čísla je roven trojnásobku jeho jednotek. Zaměníme-li pořadí číslic, dostaneme číslo o 27 menší než původní číslo. Určete toto číslo.

4) Dvě dvojciferná čísla jsou psána týmiž číslicemi, ale v obráceném pořádku. Dělíme-li větší z nich menším, dostaneme podíl tři a zbytek pět. Součet číslic v každém čísle je 11. Která to jsou čísla ?

5) Čtyřciferné číslo má ciferný součet 22. Obě krajní číslice jsou stejné, rovněž obě vnitřní číslice. Vyměníme-li krajní číslice s vnitřními, zvětší se číslo o 891. Najděte toto číslo.

6) Dvojciferné číslo s různými číslicemi je dělitelné devíti. Rozdíl druhých mocnin jeho číslic je 45. Které je to číslo ?

7) Určete dvě přirozená čísla, z nichž jedno je o 10 větší než druhé. Rozdíl druhých mocnin obou čísel je 500.

8) Číslo 57 rozdělte na součet dvou čísel tak, aby rozdíl jejich druhých mocnin byl zase 57 .
9) Čtverec a obdélník mají stejný obsah. Délka obdélníku je o 5 cm větší než strana čtverce a šířka o 4 cm menší než strana čtverce. určete stranu čtverce.

10) Obdélník a čtverec mají stejný obsah. Čtverec má stranu o 20 m kratší než je délka obdélníku a o 16 m delší než šířka obdélníku. Vypočtěte rozměry obdélníku .

11) Rozdělte číslo 26 na dva díly tak, aby trojnásobek prvního dílu byl o 5 větší než třetina druhého dílu zvětšená o 3.

12) Rozdíl součtu a rozdílu dvou čísel je o 14 menší než dvojnásobek jejich součtu. Dvojnásobek druhého čísla je o tři větší než první číslo. Určete obě čísla.

13) Zvětšíme-li jmenovatele neznámého zlomku o jednu, dostaneme jednu čtvrtinu. Zvětšíme-li v tomto zlomku čitatele o jednu dostaneme jednu třetinu. Který je to zlomek?

14) Dvě čísla jsou v poměru 5 : 6. Zmenšíme-li první číslo o 10 a druhé číslo zvětšíme o 10, budou v poměru 4 : 7 . určete tato čísla.

15) Babička měla v košíku jablíčka. Když jich sedm dala dědovi, měli oba stejně. Když dal děda pět jablek babičce, měla jich pak třikrát víc než děda. Kolik jablek měl každý původně?

16) V pravoúhlém rovnoběžníku platí vztahy : většíme-li jeden rozměr o 50 mm, vzroste jeho obsah o 25 cm^2 , zvětšíme-li jeho druhý rozměr o 25 mm, zvětší se obsah o 12,5 cm^2. Který je to rovnoběžník ?

17) Myslím si dvě čísla. Když k dvojnásobku prvního přičtu jednu, od trojnásobku druhého odečtu tři a oba výsledky sečtu, dostanu 25. Když od trojnásobku prvního čísla odečtu jednu, od dvojnásobku druhého čísla odečtu dvě a oba výsledky sečtu, pak dostanu také číslo 25. která čísla si myslím ?

18) Vinárník smísil 7 litrů vína po 60.- Kč. s 8 litry vína po 80.- kč a s 10 litry třetího vína. Tím obdržel víno po 70.- Kč. Po čem byl 1 litr třetího vína ?

19) Kolik gramů ryzího stříbra se musí roztavit s 784 g stříbra jakosti 0,770, aby vznikla slitina jakosti 0,930? Ryzí stříbro má jakost 1.

20) Stavitel vyplatil 8 zedníkům a třem nádeníků za 9 pracovních dní 297 zlatých. jedenácti zedníkům a čtyřem nádeníkům vyplatil za 5 dní 226 zlatých. Jaká byla denní mzda zedníka a nádeníka ?

21) Smísením 85 % a 45 % lihu vznikl líh 60 %. Kdyby se vzalo 85 % lihu o 5 litrů méně a druhého o 5 litrů více, byla by směs 58 %. Kolik silnějšího a slabšího lihu bylo původně vzato?

22) Továrník najal dva dělníky za různou denní mzdu, jednoho na 7 dní, druhého na 11 dní. Oba dohromady měli dostat 44.- Kč. Poněvadž však každý pracoval o dva dny déle, zvýšila se jejich celková mzda o 9,60 Kč. Jaká byla denní mzda každého dělníka ?

23) Na mapě Evropy zhotovené v měřítku 1 : 4 000 000 je vzdálenost mezi Bratislavou a Paříží 28 cm. Určete, za jak dlouho (hodin a minut) přeletí tuto vzdálenost letadlo, které letí rychlostí 800 km/hod.

24) Nákladní auto jede po dálnici z Prahy průměrnou rychlostí 72 km/hod. V okamžiku, kdy je od Prahy vzdáleno 54 km, vyjíždí za ním z Prahy osobní auto, které jede průměrnou rychlostí 90 km/hod. Kdy a na kterém kilometru dálnice dožene osobní auto nákladní auto ?

25) Dvě silnice spolu svírají pravý úhel . Na jedné silnici je 5 km od křižovatky místo P. Na druhé silnici je 12 km od křižovatky místo R. Místa P a R jsou spojena přímou pěšinou. Chodec jde z místa R do P pěšinou průměrnou rychlostí 5 km/hod, auto jede z místa R do P po silnici průměrnou rychlostí 60 km/hod. Za jak dlouho po příjezdu auta do místa P dorazí chodec, jestliže auto i chodec vyrazili současně?

26) Z města B vyjel v 9 hodin 20 minut cyklista rychlostí 24 km/hod hod. směrem k městu C. V 10 hodin vyjel z města A směrem k městu C přes město B automobil rychlostí 72 km/hod. V jaké vzdálenosti od B dohoní automobil cyklistu, je-li vzdálenost A a B 48 km ?

27) Auto ujelo vzdálenost z A a B za 4 hodiny. kdyby se průměrná rychlost auta zvýšila o 21 km/hod, ujelo by auto tuto vzdálenost o hodinu dříve. Určete rychlost auta a vzdálenost mezi A a B.

28) Nádrž lze naplnit (vyprázdnit) prvním otvorem za 3 hodiny, druhým za 4 hodiny, třetím za 6 hodin. Za jak dlouho se prázdná nádrž naplní, jestliže :
a) vody přitéká všemi otvory,
b) voda přitéká prvním a druhým a odtéká třetím otvorem,
c) voda přitéká prvním otvorem a odtéká druhým a třetím,
d) voda přitéká prvním a třetím otvorem hodinu a pak ještě začne odtékat druhým otvorem,
e) hodinu přitéká pouze prvním otvorem, pak otevřeme na půl hodiny i druhý kohout a nakonec voda přitéká všemi třemi otvory.

29) První podnik splnil úkol za 7 dní, druhý za 8 dní. Za kolik dní bude úkol hotov, jestliže první dva dny pracuje první podnik sám a ve zbývajících dnech pracují oba podniky společně?

30) Kolik litrů 20 % roztoku a kolik litr 4 % roztoku je zapotřebí k vytvoření 20 litrů 10 % roztoku ,

31) Děti si koupily dva druhy bonbonů. Sto gramů prvního druhu stálo 6.- Kč, 50 gramů druhého druhu stálo 4.- Kč. Kolik bylo kterého druhu, zaplatily-li za 600 gramů 40.- Kč ?

32) Do obchodu přivezli 50 kusů ananasových kompotů dvojího druhu. Levnější byly po 16.- Kč za kus a dražší 18.- Kč za kus. Kolik bylo kterých, jestliže celková cena zásilky byla 844.- Kč ?

33) Dvojciferné číslo má na řádu desítek o dvě větší číslo než na řádu jednotek. Hledané číslo je o 45 větší než jeho ciferný součet. Vypočítej hledané číslo.

34) Po železniční trati jezdí dva vlaky. Jeden z nich jede o 9 km/hod rychleji než druhý. Jaká je délka trati a rychlosti obou vlaků, jestliže rychlejší z nich jezdí trať za 5 hodin a pomalejší za 6 hodin ?

35) Na trhu mají dva druhy jablek (žlutá a červená) . Koupíme-li 2 kg žlutých a 1,5 kg červených jablek, zaplatíme 36.- Kč. Koupíme-li 1,5 kg žlutých a 2 kg červených jablek, zaplatíme 37,50 Kč. Kolik stojí 1 kilogram červených jablek a 1 kilogram žlutých jablek ?

36) Vodní nádrž má tvar kvádru. Jeden rozměr dna je 6 metrů, Největší vzdálenost dvou rohů bazénu je 10,59 metrů. Hloubka je 3,5 metrů.
a) Přívodem A přitéká 32 litrů vody za sekundu. Za kolik hodin, minut a sekund se nádrž naplní, jestliže je v ní už 240 hl vody.
b) do prázdného bazénu přitéká přívodem A 32 litrů za sekundu. Za kolik sekund se naplní ?

c) do prázdného bazénu přitéká přítokem B 24 hl za minutu. Za kolik sekund se naplní při současném otevření přívodů A i B ?
d) do prázdného bazénu přitéká voda přítokem C a naplní bazén za 5 hodin, přítokem D za 8 hodin. Za kolik hodin se bazén naplní oběma přítoky ?
e) do prázdného bazénu přitéká voda přítokem C a naplní bazén za 5 hodin, přítokem D za 8 hodin. Za kolik hodin se bazén naplní, jestliže bude otvorem C přitékat a otvorem D
vytékat ?
f) do prázdného bazénu přitéká voda přítokem C a naplní bazén za 5 hodin, přítokem D za 8 hodin. Za kolik hodin se bazén naplní, jestliže bude voda otvorem C vytékat a otvorem přitékat ?

37) 80% roztok smícháme s vodou a dostaneme 9 litrů 20% roztoku. Kolik vody jsme přidali?

38) Dvojciferné číslo má na řádu desítek o tři menší číslo než na řádu jednotek. Hledané číslo je o 36 větší než jeho ciferný součet. Vypočítej hledané číslo.

39) Z továrny vyjelo v 8 hodin 30 minut nákladní auto průměrnou rychlostí 20km/hod. V 9 hodin za ním vyjelo osobní auto, které jelo rychlostí 60 km/hod. V kolik hodin dostihlo osobní auto nákladní a jakou dráhu při tom ujelo ?

40) Na trhu mají dva druhy jablek (žlutá a červená). Koupíme-li 5 kg žlutých a 3,5 kg červených jablek, zaplatíme 86,5.- Kč. Koupíme-li 3,5 kg žlutých a 5 kg červených jablek, zaplatíme 83,50 Kč. Kolik stojí 1 kilogram červených jablek a 1 kilogram žlutých jablek ?

41) 60% roztok smícháme s vodou a dostaneme 12 litrů 20% roztoku. Kolik vody jsme přidali?

42) Dvě dvojciferná čísla se liší pořadím svých cifer. Rozdíl jejich druhých mocnin je 693. Vypočítejte tato čísla.

43) Zápis čtyřciferného čísla končí číslicí 2. Přemístíme-li tuto číslici na první místo zleva (zbývající tři číslice ponecháme beze změny), dostaneme číslo o 207 větší než původní. Určete původní číslo.

44) Dvojciferné číslo má ciferný součet 9. Zaměníme-li pořadí číslic, dostaneme číslo. které je pětkrát větší než šestina původního čísla . Určete původní číslo .
45) Káva v kelímku stojí 6,60 Kč. Káva je o 6.- Kč dražší než kelímek. Kolik stojí kelímek?

46) Jak dlouhé jsou strany trojúhelníka, činí-li součet dvou sousedních stran v postupném pořadí 7 cm, 9 cm, 8 cm ? Je tento trojúhelník pravoúhlý ?

47) Zásoba mouky v závodní jídelně se vyčerpá o 4 dny dříve, jestliže se zvýší počet strávníků o 40. jestliže se však počet strávníků sníží o 40, vystačí mouka o 6 dní déle. Kolik strávníků má jídelna ?

48) Kolika procentní vznikne roztok smícháním 5 litrů 20 % roztoku s 4 litry 15 % roztoku a 8 litry 50 % roztoku ?

49) Jakou výslednou teplotu bude mít voda, jestliže smícháme 25 litrů 80° C s 40 litry 20° C vody ?

50) Dvě dvojciferná čísla jsou psána v opačném pořadí stejnými číslicemi. Součet těchto čísel je 110 a jejich rozdíl 18. Která to jsou čísla ?

51) Graficky vyřešte soustavu rovnic : a) $x + y = 5$ $\quad 2x – y = 1$
b) $6x - 3y = 45 \quad 2x + y = 13$ c) $x + 15y = 53 \quad 3x + y = 27$
d) $7 . (3x + 5y) + 3 . (x + 2y) = 7 \quad 2 . (x + y) – 5 . (y – x) = 17$

52) Účastníky porady bylo třeba odvézt na nádraží. K dispozici bylo osobní auto (4 místa mimo řidiče) a mikrobus (13 míst mimo řidiče). Pohonnými hmotami se musí šetřit a proto by vozidla měla jezdit plně obsazena. Účastníků porady bylo 126. Kolikrát muselo jet osobní auto a kolikrát mikrobus ?

53) Zápis čtyřciferného čísla končí číslicí 2. Přemístíme-li tuto číslici na první místo zleva (zbývající tři číslice ponecháme beze změny), dostaneme číslo o 207 větší než původní. Určete původní číslo.

54) Tři zaměstnanci dostali za práci navíc odměnu 5 000. Kč. Peníze si rozdělili podle práce, kterou navíc odvedli. první dostal dvakrát víc než druhý, druhý třikrát víc než třetí. kolik korun dostal každý ?

55) Výměra dvou sousedních parcel je 964 m^2. Výměra druhé parcely je o 77 m^2 menší než dvojnásobek výměry první parcely. Určete výměry obou parcel .

56) Do bazénu nateče rourou R za 3 hodiny a rourou S za 4 hodiny 2 150 hl vody. Rourou R za 4 hodiny a rourou S za 2 hodiny by nateklo 1 700 hl vody. Kolik hl vody nateče rourou R a kolik rourou S za 1 hodinu ?

57) Pokladník vyplatil 1 390 Kč padesáti bankovkami v hodnotě po 20.- Kč a 50.- Kč. Kolik to bylo bankovek po 20.- Kč a po 50.- Kč ?

58) JZD má na polovině výměry obdělávané půdy zasety obiloviny a na třech sedminách výměry má okopaniny. Jaká je výměra družstvem obdělávané půdy, jestliže výměra půdy s obilninami je o 60 ha větší než výměra půdy s okopaninami ?

59) V 6 hodin 40 minut vyplul z přístavu parník plující průměrnou rychlostí 12 km/hod. Přesně v 10 hodin za ním vyplul motorový člun, který jel průměrnou rychlostí 42 km/hod. V kolik hodin dohoní člun parník ?

60) Dvě různá nákladní auta by společně navozila stavební materiál za 6 hodin. Po 4 hodinách však bylo první auto převedeno na jinou práci a druhé auto vozilo materiál ještě dalších 6 hodin. Za kolik hodin by stavební materiál navozilo první auto a za kolik hodin druhé auto samo ?

61) Ve třech skladištích bylo uloženo celkem 70 tun obilí. V druhém skladišti bylo uloženo o 8,5 t méně a ve třetím skladišti o 3,5 tun více než v prvním skladišti. Kolik tun obilí bylo uloženo v jednotlivých skladištích ?

62) Metr látky zlevnil o 42.- Kč, takže 4 m látky za novou cenu bylo o 20.- Kč levnější než 3 m látky za starou cenu. Jaká byla stará a jaká nová cena za 1 metr látky ?

63) Dělníci hloubili jámu. Když pracovali 5 hodin bez rypadla a 3 hodiny s rypadlem, odstranili celkem 60 m^3 zeminy. Když pracovali 2 hodiny bez rypadla a 6 hodin s rypadlem, odstranili celkem 96 m^3 zeminy. Kolik krychlových metrů zeminy dělníci za 1 hodinu odstranili bez rypadla a s rypadlem ?

64) Ze dvou druhů čaje v ceně 170.- Kč a 210.- Kč za 1 kg se má připravit 25 kg směsi v ceně 186 Kč za 1 kg. Kolik kilogramů každého čaje je nutno smíchat ?

65) V uhelném skladu rozvezli obdrženou zásilku uhlí během tří dnů. první den rozvezli třetinu zásilky, druhý den dvě pětiny ze zbytku a třetí den rozvezli 300 tun uhlí. Kolik tun uhlí rozvezli první a druhý den?

66) Z kasáren vyjela kolona aut jedoucí průměrnou rychlostí 28 km/hod do vojenského výcvikového prostoru. Za 1 hodinu 15 minut vyjelo za kolonou terénní vozidlo rychlostí 63 km/hod a přijelo do vojenského prostoru současně s kolonou. Určete vzdálenost vojenského prostoru od kasáren.

67) Řešte rovnici :

a) $x-\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{3x}{4}}{2}=2+\dfrac{x-\frac{x}{4}}{3}$

b) $\dfrac{\frac{x}{3}-\frac{x}{4}}{1{,}5}=\dfrac{\frac{2x}{3}}{\frac{1}{2}}+2\dfrac{5}{9}$

c) $\left(\dfrac{3x}{2}-1\right).\ x+1{,}5\ +\left(\dfrac{3x}{2}+1\right).\left(1\dfrac{1}{2}-x\right)=-\dfrac{1}{4}.\left[x^2-\ x+1\ .\ x-1\ \right]$

d) $\dfrac{1}{4c}+\dfrac{1}{6c}+\dfrac{5}{24c}+\dfrac{3}{8c}=2$

e) $\dfrac{x+1}{x}+\dfrac{x+1\ ^{2}}{x^2}-\dfrac{x+1\ ^{3}}{x^3}=1$

68) Vyřešte soustavu rovnic :

a) $\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{2}{y+2}\qquad \dfrac{2}{x-2}=\dfrac{1}{y-1}$

b) $\dfrac{3}{y-1}-\dfrac{6}{x+2}=\dfrac{3}{x+2\ .\ y-1}\qquad \dfrac{2}{y+2}-\dfrac{3}{x-1}=\dfrac{16}{x-1\ .\ y+2}$

69) V 6.00 hodin vyjel z místa J v Jičíně cyklista a jel po silnici směrem na Hradec Králové průměrnou rychlostí 15 km/hod. V 6 hod.12 minut vyjel z téhož místa týmž směrem motocyklista a jel průměrnou rychlostí 60 km/hod. Za kolik minut byl cyklista od svého výjezdu dostižen motocyklistou ? V kolik hodin a v jaké vzdálenosti od místa J byl cyklista dostižen motocyklistů? Který z jezdců ujel více kilometrů a o kolik?

70) Dělník Molnár provedl výkon pro plynové potrubí za 15 hodin, dělník Lakatoš za 12 hodin a dělník Soukup za 10 hodin. Po kolika hodinách společné práce by všichni tři dělníci dokončili uvedený výkop? Jestliže budeme potřebovat mít práci udělanou za 3 hodiny, tak musíme najmout ještě dalšího dělníka. Za jak dlouho by tento dělník udělal práci sám?

71) Kolika procentní líh obdržíme smícháním 10 litrů 50 % lihu s 30 litry 60 % lihu a 20 litry 40 % lihu?

72) Z plného chladiče auta s objemem 20 l vyteklo 40 % nemrznoucí 20 procentní směsi. Kolik litrů fridexu a kolik litrů vody je třeba dolít do chladiče, aby byl opět plný a vzniklá směs byla 40 procentní.

73) Součet tří čísel, z nichž druhé číslo je o 20 % menší než první číslo a třetí číslo je o 25 % menší než druhé číslo, je 96. Urči hledaná čísla.

74) V sále svítilo 28 žárovek po 60W a 200 W a za jednu hodinu činila spotřeba 2,94 kWh elektrické energie. Kolik bylo kterých žárovek?

75) V 9.00 hodin se vydali turisté z chaty Dominik na pěší túru. Šli průměrnou rychlostí 3 km/hod.V 11 hodin 6 minut se za nimi z téže chalupy a po stejné trase vydal Zdeněk na horském kole. Jel průměrnou rychlostí 10 km/hod. Za jak dlouho turisty dožene? V kolik hodin a jak daleko od chaty je dožene? O kolik kilometrů více ušli turisti?

76) Nejvýkonnější orací soupravou je možné zorat pole po sklizni brambor za 2 směny. Orací soupravou s průměrnou výkonností je možné totéž pole zorat za 3 směny a s orací soupravou s malou výkonností za 5 směn. Za kolik směn při společném orání třemi soupravami je možné zorat uvedené pole? Jestliže budeme chtít mít zoráno pole za půl směny, tak budeme muset získat ještě jednu soupravu. Za jak dlouho by tato souprava pole zorala sama (nech ve tvaru smíšeného čísla)?

77) Kolika procentní ocet vznikne smícháním 4 litrů 10 procentního octa s 8 litry 6 procentního octa a se 4 litry vody ?

78) Součet čtyř za sebou jdoucích přirozených čísel, která jsou dělitelná třemi, je 102. Urči tato čísla

79) Šaty byly zlevněny o 30 % a boty o 20 %. Dohromady po zlevnění stály 1 480.- Kč. Pokud by šaty byly zlevněny o 20 % a boty o 30 %, stály by dohromady o 40.- Kč více než v předchozím případě. O kolik korun byly před změnami cen šaty dražší než boty ?

80) Při dokončení výstavby budovy školy se mělo zasklít 36 velkých a 25 malých okenních rámů. Za zasklení dvou velkých rámů se zaplatilo tolik jako za zasklení pěti malých. Kolik korun stálo zasklení velkého a kolik zasklení malého okna, jestliže se celkové zaplatilo 17 250.- Kč.

81) Řešte soustavu rovnic : a) $x + y - z = 17$, $x - y + z = 13$, $-x + y + z = 7$

b) $3x + 2y + 3z = 110$, $5x - y - 4z = 0$, $2x - 3y + z = 0$

c) $x + y - z = 5$, $2x + 2y - 2z = 7$, $x - 3y + 5z = 15$

d) $x + y - z = 5$, $2x + 2y - 2z = 10$, $x - 3y + 5z = 15$

82) Běžec vyběhne ve 14 00 hodin z domu k rybníku vzdálenému 13 kilometrů a ihned se vrací zpět. Proti němu vychází po 20 minutách chodec. Poprvé se potkají, když je chodec na cestě již 40 minut. V půl čtvrté odpoledne se znovu setkávají a běžec předběhne chodce. Jakou rychlostí se oba pohybují? V kolik hodin dojde chodec domů ?

Výsledky :

3 a) $x = 1$ $y = 2$ $L_1 = P_1 = 4$ $L_2 = P_2 = 2$, **b)** $x = -3$ $y = 1$, $L_1 = P_1 = -1$ $L_2 = P_2 = -11$,
c) $x = 5$ $y = -1$ $L_1 = P_1 = 3$ $L_2 = P_2 = -2$, **d)** $x = -1$ $y = -1$ $L_1 = P_1 = -1$ $L_2 = P_2 = -3$,
e) $x = 5$ $y = -2$ $L_1 = P_1 = 0$ $L_2 = P_2 = 7$,

4 a) $x = 1$ $y = +2$ $L_1 = P_1 = 4$ $L_2 = P_2 = 2$, **b)** $x = -1$ $y = -1$ $L_1 = P_1 = -1$ $L_2 = P_2 = -3$,
c) $x = 5$ $y = -1$ $L_1 = P_1 = 3$ $L_2 = P_2 = -2$,

5 a) $x = 2$ $y = 2$ $L_1 = P_1 = 2$ $L_2 = P_2 = 14$, **b)** $x = 7$ $y = -1$ $L_1 = P_1 = 11$ $L_2 = P_2 = 25$,
c) $x = 3$ $y = -4$ $L_1 = P_1 = -8$ $L_2 = P_2 = 25$, **d)** $x = -2$ $y = -3$ $L_1 = P_1 = 5$ $L_2 = P_2 = -14$,
e) $x = \frac{1}{3}$ $y = 4$ $L_1 = P_1 = -6$ $L_2 = P_2 = 31$, **f)** $x = 0{,}8$ $y = -0{,}5$ $L_1 = P_1 = 6$ $L_2 = P_2 = 15$,
g) $x = -2{,}36$ $y = -3{,}12$ $L_1 = P_1 = 7$ $L_2 = P_2 = -15$, **h)** $x = 2$ $y = 2$ $L_1 = P_1 = 1{,}6$ $L_2 = P_2 = 2$,

6 a) $x = 4$ $y = 3$ $L_1 = P_1 = -1$ $L_2 = P_2 = 2$, b) $x = 2$ $y = 4$ $L_1 = P_1 = -6$ $L_2 = P_2 = 9$,
c) $x = 1$ $y = 2$ $L_1 = P_1 = -4$ $L_2 = P_2 = 8$

7 a) -2; 7, **b)** nekonečně mnoho dvojic tvaru $[\, x \,;\, \frac{3}{8}.(x - 2)\,]$, **c)** nemá řešení ,
d) nekonečně mnoho dvojic ve tvaru $[\, x \;;\; -5 - 5x \,]$,

8 a) $x = -1$ $y = 2$ $L_1 = P_1 = 3$ $L_2 = P_2 = -4$, **b)** $x = -2$ $y = -1$ $L_1 = P_1 = 4$ $L_2 = P_2 = 0$,
c) $x = 1$ $y = 3$ $L_1 = P_1 = 0$ $L_2 = P_2 = 0$, **d)** $x = -13$ $y = -7$ $L_1 = P_1 = 56$ $L_2 = P_2 = 96$,
e) $x = 2$ $y = 2$ $L_1 = P_1 = 10$ $L_2 = P_2 = -6$,

9 a) $x = 3$ $y = 5$ $L_1 = P_1 = 11$ $L_2 = P_2 = 1$, **b)** $x = 0{,}5$ $y = 1$ $L_1 = P_1 = 6$ $L_2 = P_2 = -0{,}5$,
c) $x = -6$ $y = 3$ $L_1 = P_1 = 6$ $L_2 = P_2 = 2$, **d)** $x = -2$ $y = -1$ $L_1 = P_1 = 2$ $L_2 = P_2 = 0$,
e) $x = -1{,}75$ $y = 1{,}25$ $L_1 = P_1 = 5{,}5$ $L_2 = P_2 = 1$ $y \neq 0$,
f) $x = 5$ $y = -2$ $L_1 = P_1 = -4$ $L_2 = P_2 = \frac{1}{6}$, **g)** $x = 4$ $y = 6$ $L_1 = P_1 = 12$ $L_2 = P_2 = 1$ $x \neq 0$,
h) $x = -5$ $y = -7$ $L_1 = P_1 = 0$ $L_2 = P_2 = 1$, **ch)** $x = -1{,}2$ $y = -2{,}6$ $L_1 = P_1 = 3$ $L_2 = P_2 = 4$,

10 a) $x = 0$ $y = 10$ $L_1 = P_1 = 1$ $L_2 = P_2 = 6$, **b)** $x = 7$ $y = 5$ $L_1 = P_1 = 4$ $L_2 = P_2 = 4$,
c) $x = 0$ $y = 1$ $L_1 = P_1 = -0{,}5$ $L_2 = P_2 = 2$, **d)** $x = 5$ $y = 2$ $L_1 = P_1 = \frac{2}{3}$ $L_2 = P_2 = 1\frac{3}{4}$
$y \neq -1$ $x \neq y - 1$, **e)** $x = -3$ $y = 3$ $L_1 = P_1 = 1$ $L_2 = P_2 = -1$ $x \neq -5$ $x \neq 2$ $y \neq 5$ $z \neq 0$
f) $x = 1$ $y = -1$ $L_1 = P_1 = 1$ $L_2 = P_2 = -\frac{1}{3}$, **g)** $x = -2{,}5$ $y = -2$ $L_1 = P_1 = -1{,}5$ $L_2 = P_2 = -1$,
h) nekonečně mnoho dvojic ve tvaru [x ; $\frac{1}{2}.\ 3-3x$], **ch)** nemá řešení,

11 a) $x = 4$ $y = -1$ $L_1 = P_1 = 3$ $L_2 = P_2 = 0$, **b)** $x = \frac{2}{3}$ $y = -0{,}75$ $L_1 = P_1 = 7$ $L_2 = P_2 = 3$,
c) $x = 3$ $y = -2$ $L_1 = P_1 = -16$ $L_2 = P_2 = 10$, **d)** $x = 4$ $y = \frac{1}{3}$ $L_1 = P_1 = 0$ $L_2 = P_2 = 6$,
e) $x = 2$ $y = -1$ $L_1 = P_1 = 16$ $L_2 = P_2 = \frac{1}{14}$,

12 a) $x = 5$ $y = 0$ $z = -3$ $L_1 = P_1 = 8$ $L_2 = P_2 = 9$ $L_3 = P_3 = 19$,
b) $x = -30$ $y = 10$ $z = 20$ $L_1 = P_1 = 0$ $L_2 = P_2 = -2$ $L_3 = P_3 = -4$,
c) $x = -3$ $y = -0{,}5$ $z = 0$ $L_1 = P_1 = -5$ $L_2 = P_2 = 0$ $L_3 = P_3 = 6$
d) nekonečně mnoho řešení trojic tvaru [x ; 0,4x ; 0,6x] $z \neq 0$ $z \neq -1$,
13) $a = 2$ $b = 1$ $c = 3$ $d = 1$ $L_1 = P_1 = 11$ $L_2 = P_2 = 3$ $L_3 = P_3 = 16$ $L_4 = P_4 = 3$
14) nemá řešení, protože příklad řešíme v oboru přirozených čísel,
15) 18 ; 10; 8 havranů ,**16)** 40 ; 45 ,**17)** 58 ; 23 ,**18)** 15 ; 16 ,**19)** syn 16 let, otec 48 let,**20)** 31 ; 23 ,
21) 4 ; 10 ; 25 ,**22)** 2 ; 87 ,**23)** prázdná nádoba má hmotnost 0,48 kg, původně bylo v nádobě 2 kg vody ,
24) 784,- Kč,**25)** 5 chyb ,**26)** 1. pobočka 250 výrobků, 2. pobočka 270 výrobků,¨
27) 1. cisterna 45 hl, 2. cisterna 27 hl,**28)** 1. dostal 5 632,- Kč, 2. dostal 8 448,- Kč ,
29) 7 brouků a 13 pavouků,**30)** 150 chlapců, 210 dívek,**31)** 2 ; -3 ,**32)** 31 žáků, z toho 25 chlapců,
33) 83 ; 51 ,**34)** babičce je 54 let, dědečkovi je 66 let, od svatba uplynulo 36 let,
35) nyní má Honza o 3 kuličky více,**36)** matce je 32 let, synovi 8 let, **37)** 15 km ,**38)** 2 hodiny 24 minut,
39) 9 hodin 50 minut ;39 km,)
40) Novák jel 80 km/hod, Horák jel 90 km/hod., setkají se v 8 hodin 30 minut,
41) 1 hodina 20 minut, 6,47%,**42)** 18 km,**43)** 6,4 km, 1 hodina 36 minut,**44)** 9 km, **45)** 30 minut,
46) 210 km,**47)** 45 km/hod, 54 km/hod,**48)** v 11 hodin 20 minut,
49) nákladní auto 40 km/hod, osobní auto 60 km/hod.**50)** 2 hodiny 55 minut,
51) 3 hodiny 36 minut, 4 hodiny 30 minut,**52)** 3 hodiny 26 minut ($3\frac{3}{7}$ hodiny)
53) 8 minut 24 sekund,**54)** 2 hodiny,**55)** 4,8 minut,**56)** 5,6 minut,**57)** 24 minut,**58)** nikdy,
59) 3 hodiny, **60)** 28,**61)** 5 padesátimarkových bankovek a 33 dvacetikorun,
62) 1 kg banánů stojí 18,- Kč, 1 kg mandarínek stojí 30,- Kč,
63) balíček čokolády stál 15,- Kč, balíček perníku stál 6,- Kč,
64) 14 menších konví, 8 větších konví,**65)** 160,- Kč, 120,- Kč,**66)** 20 dospělých,**67)** 16 chlapců, 15 dívek,
68) o 7,- Kč levnější,**69)** 150,- Kč, 100,- Kč,**70)** 68,- Kč,**71)** 5,5%,**72)** 200 gramů,**73)** 50°C,
74) 15°C,**75)** 6,3 kg ledu,

Souhrnná cvičení :

1 a) $x = 3$ $y = 5$ $L_1 = P_1 = 1$ $L_2 = P_2 = 11$, **b)** $x = 2$ $y = 3$ $y \neq 1$ $y \neq -x$ $L_1 = P_1 = 0{,}75$
$L_2 = P_2 = 0{,}8$, **c)** $x = 1{,}5$ $y = \frac{2}{3}$ $L_1 = P_1 = 1$ $L_2 = P_2 = 1$,
d) $x = -2$ $y = 0$ $L_1 = P_1 = 2$ $L_2 = P_2 = -7$, **e)** $x = -1$ $y = 2$ $L_1 = P_1 = 1$ $L_2 = P_2 = 2$,
f) nekonečně mnoho dvojic tvaru [x ; 0,5x + 5] $y \neq 3$, **g)** nemá řešení $y \neq 0{,}5$,
h) $x = 2$ $y = 1$ $z = 3$ $z \neq 1$ $L_1 = P_1 = 0{,}5$ $L_2 = P_2 = -2$ $L_3 = P_3 = 3$

2) 53,**3)** 63,**4)** 92,**5)** 5 665,**6)** 72,**7)** 30 ; 20,**8)** 29 ; 28,**9)** 20 cm,**10)** 100 m ; 64 m,**11)** 5 ; 21,**12)** 7 ; 5,
13) $\frac{4}{15}$,**14)** 50 ;60,**15)** babička měla 31 jablíček, dědeček měl 17 jablíček,**16)** čtverec,**17)** 6 ; 5,
18) 69,- Kč,**19)** 1 792 gramů,**20)** zedník měl 3,6 zlatých, nádeník měl 1,4 zlatých,
21) 37,5 l silnějšího lihu, 62,5 l slabšího lihu,**22)** 2,20 Kč, 2,60 Kč,**23)** 1 hodina 24 minut,
24) osobní auto dohoní nákladní auto za 3 hodiny na 270. kilometru,**25)** 2 hodiny 19 minut,
26) 48 km,**27)** 63 km/hod, 252 km,**28 a)** $1\frac{1}{3}$ hodiny, **b)** 2,4 hodiny, **c)** nikdy, **d)** 4 hodiny, e) 2 hodiny,
29) $4\frac{2}{3}$,**30)** 7,5 l 20% roztoku a 12,5 l 4% roztoku,**31)** 1. druhu 400 g, 2. druhu 200 g,
32) 28 km levnějšího, 22 kusů dražšího**33)** 53,**34)** 54 km/hod, 45 km/hod, 270 km,
35) 1 kg žlutých stál 9,- Kč, 1 kg červených stál 12,- Kč,
36 a) 1 hodina 15 minut, **b)** 5 250 sekund, **c)** 2 328 sekund, **d)** $3\frac{1}{13}$ hodiny, **e)** $13\ \frac{1}{3}$ hodiny, **f)** nikdy,
37) 6,75 l vody, **38)** 47,**39)** v 9 hodin 15 minut, 15 km,**40)** červená 9.- Kč, žlutá 11.- Kč ,
41) 4 litry vody,**42)** 43; 34,**43)** 1 992,**44)** 54,**45)** kelímek stojí 0,30 Kč,
46) 3 cm, 4 cm, 5cm, ano je pravoúhlý,**47)** 200 strávníků,**48)** přibližně 31% roztok,**49)** přibližně 42 °C,
50) 64 ; 46,**51 a)** 2 ; 3, **b)** 7 ; 1, **c)** 8 ; 3, **d)** 2 ; -1 ,
52) 25 krát osobní auto a 2 krát mikrobus nebo 12 krát osobní auto a 6 krát mikrobus,**53)** 2199
54) 3 000.- Kč, 1 500.- Kč 500.- Kč ,**55)** 347 m^2 617 m^2 ,**56)** 250 hl, 350 hl ,
57) 13 bankovek po 50.- Kč a 37 bankovek po 20.- Kč ,**58)** 840 ha,**59)** 11 hodin 20 minut ,
60) 9 hodin, 18 hodin ,**61)** 25 t, 16,5 t , 28,5 t ,**62)** 106.- Kč, 148.- Kč ,
63) 3m^3 bez rypadla, 15 m^3 s rypadlem ,**64)** 15 kg po 170.- Kč a 10 kg po 210.- Kč ,
65) 250 tun, 200 tun ,**66)** 63 km ,
67 a) 2 L = P = 2,5 , **b)** -2 , L = P = $-\frac{1}{9}$ **c)** -0,1 L = P = -0,25 , **d)** 0,5 L = P = 2
$c \neq 0$, **e)** -0,5 L = P = 1 $v \neq 0$,
68 a) $x = 0$ $y = 0$ $x \neq -1$ $x \neq 2$, $y \neq -2$, $y \neq 1$,
b) $x = 57$ $y = 30$ $x \neq 1$ $x \neq -2$, $y \neq -2$, $y \neq 1$,
69) za 16 minut, v 6 hodin 16 minut,**70)** za 4 hodiny, za $5\frac{1}{3}$ hodiny,**71)** přibližně 51,7 % ,
72) 5,6 l fridexu, 2,4 l vody,**73)** 40 32 24 ,**74)** 19 žárovek po 60 W a 9 žárovek po 200 W ,
75) za 54 minut, v 12 00 hodin , 21 km, oba ušli stejně, **76)** za $\frac{30}{31}$ směny, za $1\frac{1}{29}$ směny,
77) 5,5 % ,**78)** 21 24 27 30 ,
79) o 400.- Kč ,**80)** malé okno 150.- Kč, velké okno 375.- Kč ,
81 a) x = 15 y = 12 z = 10 , **b)** x = y = z = 13,75 , **c)** nemá řešení ,
d) nekonečně mnoho řešení tvaru x = 7,5-0,5z y = -2,5+1,5z z
82) 1 km/hod, 3 km/hod, v 18.40 hodin,